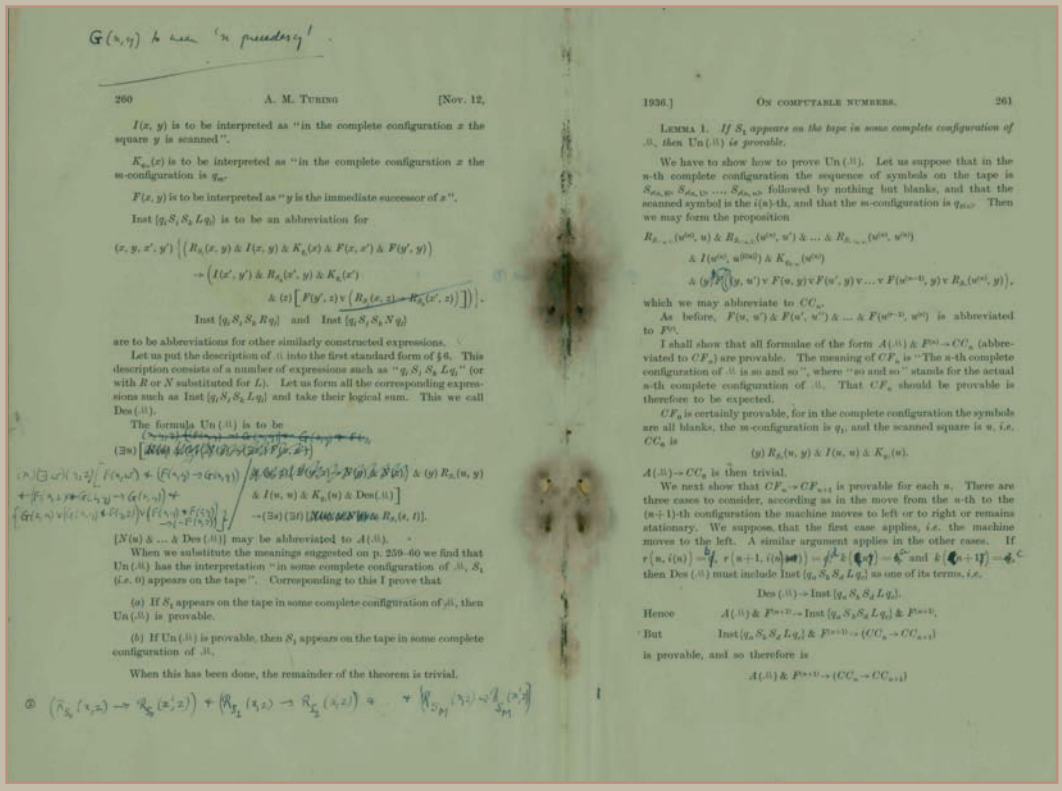
PROMETHEUS
fondata da Paolo Bisogno

Alan Mathison Turing: l'indecidibilità della vita

a cura di
Carla Petrocelli

FrancoAngeli



260 A. M. TURING [Nov. 12,

1936.] ON COMPUTABLE NUMBERS. 261

PROMETHEUS

Prometheus è una collana fondata da Paolo Bisogno.
Prometheus è l'immagine dell'umanità "previdente" che con coraggio raggiunge la pienezza delle proprie capacità intellettuali e tecniche. Nel mito classico di *Prometheus* si rispecchia la millenaria fatica dell'uomo per la conquista e la conservazione della sapienza. E di questa sapienza la forma oggi più coerente, articolata e saldamente immessa nella realtà è la scienza: è infatti atteggiamento mentale e apparato tecnologico, sistema di conoscenze teoriche e metodo di indagine, espressione di una ideale comunità di ricerca e fattore politico.
Scienza e cultura procedono parallelamente, ma con velocità diverse, e la scienza anticipa e determina l'evoluzione della cultura sociale e politica, venendone poi influenzata nella reazione di ritorno. Le conoscenze, i metodi, i mutamenti di schemi e paradigmi psicologici e mentali, e ciò che essi implicano, costituiscono la sfera della scienza; in quella della cultura confluiscono piuttosto le rappresentazioni e i modi che l'immaginazione e la sensibilità esprimono al fine di definire l'uomo e i suoi atteggiamenti di fronte alla vita.
Conoscere e partecipare sono elementi ed atti che si traducono nello spirito sociale, che di essi è talmente intriso da rendere difficili separazioni nette, che andrebbero in ogni modo inserite nel grande quadro delle civiltà, di un popolo o dell'umanità.

Prometheus

Direttori: Roberto Bisogno – Bruno Silvestrini

Advisory Board: Enrico Alleva – Rosalia Azzaro – Carlo Bernardini – Bartolomeo Biolatti – Dino Boccaletti – Edgardo Bordino – Luciano Caglioti – Giuseppe Cipolloni – Lucio Costa – Luigi De Carli – Enrico Garaci – Piergiorgio Mariuzzo – Vittorio Mathieu – Rosario Sitari

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati
possono consultare il nostro sito Internet: *www.francoangeli.it* e iscriversi nella home page
al servizio "Informatemi" per ricevere via e.mail le segnalazioni delle novità.

Alan Mathison Turing: l'indecidibilità della vita

a cura di
Carla Petrocelli

FrancoAngeli

In copertina: una pagina tratta da *On Computable Numbers whit an Application to the Entscheidungsproblem* (1936), con correzioni autografe di Alan Mathison Turing (Collezione privata G. Pani, Bari)

Copyright © 2014 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy.

L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore. L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito www.francoangeli.it.

Indice

Prefazione di *Pasquale Guaragnella*	pag.	7
Introduzione di *Carla Petrocelli*	»	9
L'eredità scientifica ed umana di Alan Mathison Turing di *Augusto Garuccio*		13
Secondo solo a Newton… di *Gabriele Lolli*	»	17
La storia naturale dei segni: lo 'spirito di Cambridge' e lo 'spirito di Göttingen' di *Luigi Borzacchini*	»	35
Storia di una Complessità. Evoluzione delle Architetture di Calcolo di *Giuseppe Mastronardi*	»	51
Conversazioni in una veranda di *Giovanni Pani*	»	63
L'Intelligenza delle Macchine di *Anna Maria Fanelli*	»	74
Il prezzo della solitudine di *Carla Petrocelli*	»	88

La “grave indecenza” di Alan.
Scienza e omosessualità maschile nell’Europa
della prima metà del Novecento
di *Francesco Paolo de Ceglia* pag. 101

Considerazioni conclusive
di *Gabriele Lolli* » 117

Contributi

Uno studio visionario
di *Rossella De Ceglie* » 127

Perenni indecisioni
di *Piergiorgio Odifreddi* » 138

Criptologia ed euristica
all’origine dell’intelligenza meccanica in Turing
di *Chiara Porcelluzzi* » 153

Alan Turing. L’attributo dell’intelligenza
di *Gabriele Argazzi* » 166

Gli Autori » 189

Prefazione

Il convegno di studi su *Alan Mathison Turing: l'indecidibilità della vita*, promosso e organizzato dal nostro Centro interuniversitario di ricerca Seminario di Storia della Scienza, rappresenta per me un'occasione particolare. Come molti dei presenti sanno, questo è il mio primo convegno da Direttore del Seminario e ciò mi fornisce l'opportunità di rinnovare pubblicamente un ringraziamento e un saluto affettuoso al prof. Mauro Di Giandomenico, che del Seminario per tanti anni è stato guida sicura ed eclettica. Ma è l'occasione gradita per congratularmi con i colleghi per l'iniziativa, che permette alla nostra Università di incardinarsi nel filone delle celebrazioni che, nel corso di tutto il 2012, sono fiorite numerose in Europa e nel mondo per ricordare Alan Turing.

Proprio cento anni fa, il 23 giugno del 1912, nasceva infatti colui che è considerato il padre dell'intelligenza artificiale. Una delle più recenti ed acclamate biografie di Turing si intitola *Storia di un enigma*. Il riferimento è naturalmente al nome della macchina per cifrare usata dal governo tedesco, macchina il cui codice fu decrittato grazie al contributo del matematico inglese durante la seconda guerra mondiale. Ma non solo: la ricorrenza del centenario diventa motivo per ripensare la figura di Alan Turing, che si pone essa stessa come un irrisolvibile e intricato enigma. Questo accade probabilmente perché la sua genialità fuori dalle convenzioni, il rendersi unico artefice di scoperte epocali, il suo assoluto anticonformismo, l'onestà al limite dell'ingenuità portano a ridurre l'uomo, e di conseguenza lo scienziato, a facile stereotipo. L'eredità di Turing è un enigma essa stessa proprio perché, nonostante la retorica del memorialismo, continua a porre alla nostra epoca questioni autentiche e cruciali. La sua vicenda umana, la sua totale dedizione alla ricerca più pura, rappresentano per noi un costante invito a pensare alla sua *vita indecidibile*: profonda passione e stupore infan-

tile si fondono perfettamente con il suo pensiero permeato da rigore e attaccamento radicale al processo logico. Egli ha così interpretato e anticipato le contraddizioni di un'epoca, ma ne è stato purtroppo travolto.

Un sincero ringraziamento va rivolto a tutti i colleghi e ai rappresentanti degli enti istituzionali per aver contribuito, con la loro adesione e presenza, a rendere denso e articolato il programma dei lavori.

Un grazie anche a tutti coloro i quali, a diverso titolo, hanno collaborato alla realizzazione di questo convegno, e al conseguente rafforzamento delle relazioni interdisciplinari. Uno degli obiettivi principali del Seminario è sempre stato, sin dalla sua istituzione ad opera del prof. Corsano, la promozione del dialogo tra le cosiddette "due culture" non solo su un piano di pura disquisizione teoretica, ma anche concreto, operativo. La confluenza di più saperi – che si riscontra in tutte le iniziative promosse dal nostro Centro interuniversitario – felicemente ritorna nell'ambito di questo convegno e permette, dunque, di avere netta la percezione di come semiotica e matematica, storia e letteratura riescano a collaborare efficacemente per la ricostruzione di un periodo storico e culturale, nonché per la celebrazione di una figura cardine nello sviluppo di una disciplina, come l'informatica, a torto ritenuta esclusivamente 'tecnica'.

Pasquale Guaragnella

Introduzione

Il 2012 è stato l'anno dedicato alle celebrazioni per il centenario della nascita del logico e matematico inglese Alan Mathison Turing (23 giugno 1912 – 7 giugno 1954), figura geniale ed eclettica, chiave risolutiva per l'*intelligence* britannica, ironico ed eccentrico, precorritore dei computer e delle intelligenze artificiali, corridore fulmineo, uomo bizzarro e pieno di stranezze, omosessuale dichiarato perseguitato fino alla morte.

Alan Mathison Turing era tutto questo e, come spesso accade per le persone di insolito acume e grande sensibilità, molto più di questo. L'intelligenza, la semplicità e il suo notevole estro definiscono lo stile, dell'uomo e dello scienziato, sempre contraddistinto dalla forza delle sue anticipazioni. Nelle sue opere, di profondità e originalità straordinarie, vengono individuate problematiche pionieristiche. Basta dare uno sguardo agli scritti, intessuti di lettere gotiche, formule matematiche e simboli logici, per capire quanto avrebbe potuto ancora ricevere la scienza se solo la sua vita non si fosse interrotta a quasi 42 anni.

Turing visse nel periodo di grande fermento culturale a cavallo tra le due guerre mondiali, periodo significativo ed estremamente delicato nel quale pensatori come Hilbert e Gödel avevano avviato un dibattito sui fondamenti della matematica e ove egli si inserì dando mirabilmente vita alla sua *macchina universale*, unico, elegante e funzionale schema che costituisce ancora oggi il modello più generale ed onnicomprensivo di un sistema formale.

Ma il nome di Turing non è legato solo alla macchina: durante la sua breve vita, egli ha fornito contributi fondamentali per lo sviluppo di numerose discipline quali la matematica, la logica, la crittografia, la morfogenesi, la chimica e i progetti di intelligenza artificiale, solo per citarne alcune.

La giornata di studio tenutasi a Bari ha mirato a ricordarlo nella sua totalità, per il suo lavoro e per la sua vita. È stato un momento di riflessione su come i suoi contributi, noti per lo più agli appassionati di informatica, abbiano avuto ripercussioni nel nostro quotidiano. Ma ci si è inevitabilmente soffermati anche sul significato storico/scientifico della sua figura, guardando ai suoi studi come risultato di singolari e complicate vicende umane: la sua forte personalità ha indubbiamente influenzato la scelta dei problemi, la loro impostazione, lo svolgimento della ricerca, creando quasi un gioco a tre in cui convincimenti, credi, modi di pensare hanno svolto un ruolo essenziale tra enunciati e realtà, teoria e pratica, problemi e soluzioni. La figura di Turing è stata approfondita nella sua interdisciplinarietà, nella consapevolezza di quale sia stato il peso delle sue riflessioni nell'odierna ricerca scientifica.

Il risultato è stato un inevitabile e proficuo confronto tra storici della scienza, filosofi, logici, matematici e informatici alla ricerca di un punto d'incontro nelle differenti discipline coinvolte.

I cambiamenti che le tecnologie dell'informazione hanno prodotto nella vita di ciascuno di noi, hanno implicitamente spostato l'asse di riflessione sugli effetti generati dagli studi di Turing sulla evoluzione nella *computer science* e sull'impatto che quest'ultima ha avuto nella realtà contemporanea, cambiando inevitabilmente il corso della vita materiale, culturale, nonché sociale, della società.

La vastità e l'ampiezza delle tematiche affrontate hanno restituito un'immagine poliedrica dello scienziato inglese che ha riguardato tematiche di diversa connotazione, evocative di questioni di grande impatto sia scientifico che sociale che, proprio per queste motivazioni, hanno imposto un trattamento analitico e rigoroso.

Oggi, a 100 anni dalla nascita, Turing rimane ancora un'equazione irrisolta; vale la pena tuttavia ricordarlo nella sua interezza, per il suo lavoro, per le sue intuizioni, per la sua vita.

Sono dovuti trascorrere ben 60 anni dalla condanna per omosessualità affinché il Regno Unito riconoscesse la grave ingiustizia inflitta e, tramite la Regina Elisabetta II, concedesse la grazia "postuma".

Il volume raccoglie le relazioni presentate al convegno omonimo tenutosi il 5 ottobre 2012 presso l'Università degli Studi di Bari Aldo Moro ed è arricchito da ulteriori scritti proposti per approfondire le tematiche trattate.

La realizzazione del convegno è stata resa possibile grazie alla preziosa collaborazione di Istituzioni, Enti, studiosi e collaboratori. In particolare l'Università di Bari, nelle persone del Magnifico Rettore Corrado Petrocelli e del pro-Rettore Augusto Garuccio e del *chairmen* Liborio Dibattista.

Un vivo ringraziamento va alla cortese, generosa collaborazione e disponibilità di Stefania De Toma, Corinna Guerra e Chiara Porcelluzzi.

Desidero infine esprimere tutta la mia gratitudine a Mauro Di Giandomenico per i suoi preziosi consigli e per il costante incoraggiamento e sostegno fornitomi nel corso di questi anni.

Carla Petrocelli

L'eredità scientifica ed umana di Alan Mathison Turing

di *Augusto Garuccio*

Questa giornata è stata un momento di riflessione sulla figura di uno scienziato, Alan Mathison Turing, che fu uno dei più enigmatici uomini di scienza del XX secolo. Un momento di riflessione per ricostruire attraverso la vita, le opere, la morte, una tappa importante dello sviluppo della nostra società e della nostra cultura scientifica.

Ma ho voluto anche che fosse un momento di riflessione sul "fare" ed insegnare "scienza", spesso avulsi da quella dimensione storica ed umana che invece costituisce il collante essenziale di ciò che noi chiamiamo cultura scientifica.

E partirò dalla mia esperienza personale.

Ho incontrato il nome di Turing per la prima volta quando, studente del 4° anno di Fisica, seguii le lezioni del giovane prof. Caporaso, appena giunto a Bari da Roma e docente di uno dei primi corsi di informatica per studenti di Fisica.

Conservo ancora le dispense di quel corso, che ho ritrovato in questi giorni nella fase di preparazione del convegno, ma ricordo ancora nitidamente (anche se sono passati più di quarant'anni), l'enorme impatto che suscitò in me l'apprendere la logica della *macchina di Turing* e la dimostrazione (tutto sommato semplice) del teorema sulla indecidibilità che ad essa è collegata. Non so se tale sensazione sia legata alla bellezza e all'eleganza dell'idea di Turing o al carisma del docente o ad entrambe le cose, ma la sensazione che ho conservato per parecchio tempo era quella di una grande scoperta che associavo ad un immaginario scienziato canuto, autorevole, algido. L'aver scoperto, in età matura, che lo scienziato "vero" era diverso da quella immaginaria figura, lungi dall'essere stata una delusione, mi ha convinto sempre più che la dimensione storica e umana sono elementi indispensabili nell'insegnamento delle scienze, soprattutto di quelle esatte.

Il 7 giugno 1954, pochi giorni prima di compiere quarantadue anni, Alan Turing si tolse la vita, ponendo fine a una breve, intensa, sofferta avventura intellettuale e umana. Neppure un segno, neppure una parola, un presagio precedono questo tragico gesto che priverà la nascente teoria dell'informazione di una delle menti più fervide e geniali del XX secolo.

Alan Turing nacque a Londra il 23 giugno 1912. Matematico, criptoanalista, esperto di logica, biologo, filosofo, tecnologo visionario, ha fornito contributi importanti in ogni disciplina nella quale si è imbattuto. Studente infelice, cresciuto nella opprimente atmosfera delle *Public School* e dei college inglesi, mostrò subito un carattere straordinariamente deciso ed una personalità complessa e tormentata. Eppure, questo studente mediocre e distratto, cambierà il corso della storia e lo farà più di una volta nella sua breve vita.

Diplomatosi con difficoltà, giunse a Cambridge nel 1931 dove finalmente conobbe un ambiente ricco e stimolante: l'astrofisica di Eddington, la matematica di Hardy, le teorie economiche di Keynes, le intelligenze di George Bernard Shaw e Bertrand Russell, i movimenti politici e culturali che animavano l'Europa di quegli anni. Ma soprattutto comprese di non essere l'unico "diverso" al mondo.

Il 1931 fu anche l'anno della pubblicazione da parte di un giovane matematico di 25 anni, Kurt Gödel, di un teorema di incompletezza che è stato una pietra miliare per gli studi di matematica, dimostrando che l'aritmetica è incompleta per sua natura. Il problema della completezza/incompletezza delle teorie diventerà un nodo determinante dell'analisi dei fondamenti di tutte le teorie scientifiche, non solo matematiche.

Turing si laureò a pieni voti e, nel 1936, a 24 anni, risolse il maggior rompicapo della logica matematica inventando una macchina straordinaria e quanto mai elementare, non costruendola, ma solo immaginandola e facendola funzionare nella sua testa. Nel suo straordinario articolo, *On Computable Numbers*, propose una macchina ideale, che da allora sarà indicata col suo nome, che definisce limiti e possibilità di un moderno computer molti anni prima che esso venga effettivamente progettato e costruito. È una *macchina universale*, capace di rispondere a qualsiasi problema che ammetta una risposta logica.

Ma il 1936 è stato anche l'anno nel quale il problema della completezza venne proposto da uno storico lavoro di Einstein, Podolsky e Rosen in relazione alla nuova teoria fisica nata e sviluppatasi nei primi 30 anni del XX

secolo e che ha sostituito il determinismo classico della meccanica del Settecento con un intrinseco approccio indeterministico: la meccanica quantistica.

Questo lavoro di Einstein non vide la luce in Europa, ma nella quiete di Princeton, negli USA, dove lo scienziato tedesco si era rifugiato fin dal 1933 fuggendo dalla Germania ormai in mano ai nazisti.

Ed è proprio l'orrore per il nazismo che spinse il giovane Turing a studiare codici cifrati e ad accettare di collaborare con i servizi segreti nella battaglia contro ENIGMA, la macchina che i tedeschi usavano per mettere in cifra tutte le comunicazioni radio. Progettò così la "Bomba", un elaboratore elettromeccanico di enorme complessità con il quale rendere possibile la decifrazione, in tempi brevissimi, dei dispacci nazisti criptati, consentendone una lettura in tempo reale.

Tutto ciò contribuì ad alterare drasticamente il corso della Seconda Guerra Mondiale a favore degli Alleati, trasformando quello strano ed eccentrico matematico in un "eroe di guerra".

Dopo il conflitto, Turing si dedicò alla costruzione della sua *macchina universale*, progettando un vero e proprio computer nel quale cominciavano a prendere forma i moderni concetti di "memoria" e "programmi modificabili" residenti in memoria.

Nell'autunno del 1945 presentò il suo ACE (*Automatic Computing Engine*), calcolatore che, data la sua universalità, avrebbe dovuto giocare a scacchi, crittografare, tradurre le lingue e fare molte altre cose.

Ma Turing si spinse oltre: ritenne che, in qualsiasi modo funzionasse il cervello, se seguiva delle regole, allora poteva essere simulato da una macchina e ciò fino al punto di non poter più distinguere la macchina da una persona reale. Era il 1950 e nell'articolo *Computing Machinery and Intelligence*, concepì il suo famoso "test": se un calcolatore inganna un ignaro interlocutore facendogli credere che la conversazione, sostenuta tramite una telescrivente, è prodotta da un essere umano e non da una macchina, allora la macchina può definirsi "intelligente".

L'articolo comincia in maniera informale, chiarissima e provocatoria, tipica di tutti i lavori di Turing: «Propongo di considerare la domanda, "Possono le macchine pensare?"». Sono venti pagine in cui è contenuta la più grande provocazione degli ultimi due secoli, in cui sembra che il matematico preveda tutti gli innumerevoli dibattiti tenutisi nell'ambito della cosiddetta Intelligenza Artificiale, nata formalmente solo nel 1956.

La sua eredità non termina qui. Turing, per primo, applicò la matematica alla *morfogenesi* e fornì spiegazioni su "come" un organismo vivente im-

para a crescere, assumendo forme che non sono comparabili a quelle delle sue cellule di partenza: la disposizione delle foglie nei vegetali, la quintuplice simmetria delle stelle marine, la formazione delle macchie di colore (le strisce delle zebre, le macchie dei leopardi) sulla pelle degli animali, la crescita delle margherite e gli schemi regolari delle pigne di abete.

Dalla fine della guerra si era trasferito a Manchester dove smise definitivamente di preoccuparsi delle proprie abitudini sessuali. Nel 1952, uno dei ragazzi con cui aveva intrapreso una relazione, gli svaligiò la casa e Turing, candidamente ed ingenuamente, raccontò tutta la storia alla polizia. Venne così processato per atti di oscenità grave. L'omosessualità era considerata un reato e, al processo, senza alcuna remora o vergogna affermò: «Non ci vedo nulla di male». All'eroe di guerra venne data la possibilità di scegliere tra la detenzione o il sottoporsi ad un ciclo di iniezioni di estrogeni necessario per "guarirlo" dalla sua grave malattia.

Nel giugno 1954, a due anni dal processo, la domestica si ritrovò dinanzi un corpo riverso con accanto una mela, una mela rossa a cui era stato dato un solo, fatale, morso, come nella fiaba di Biancaneve che tanto Turing amava da bambino.

Il genio, capace di spaziare dalla statistica computazionale alla neurologia, dall'embriologia alla logica, dalla matematica alla criptoanalisi, ci lascia un'eredità straordinaria, non solo scientifica, ma soprattutto umana.

Secondo solo a Newton…

di *Gabriele Lolli*

Alan Mathison Turing (1912-1954) è stato forse l'ultimo degli scienziati universali del ventesimo secolo, prima dell'imporsi della *big science*[1]. Nasce nello stesso anno in cui muore Henri Poincaré (1854-1912), un altro matematico universale, e la coincidenza è simbolica: la matematica è profondamente cambiata in seguito al lavoro di Turing, in una misura che ancora non è del tutto possibile valutare. Ma Turing ha influenzato in modo decisivo anche alcuni dei mutamenti culturali più importanti della fine del ventesimo secolo e del periodo che stiamo vivendo, la civiltà del virtuale e delle tecnologie dell'informazione.

È stato detto che se avesse continuato, sarebbe potuto diventare secondo solo a Newton nel Pantheon di Cambridge[2]. Nonostante l'ampiezza e profondità dei suoi contributi, Turing è conosciuto in modo superficiale, anche perché non ha pubblicato molto, né è vissuto molto, e diversi suoi contributi sono stati conosciuti tardi, essendo stati scritti nel periodo di guerra, quando lavorava per il Governo, e quindi sottoposti a segreto di stato. Le sue idee sono state presentate in dibattiti polemici che si basavano soltanto su resoconti di seconda mano, e sono state volgarizzate e deformate nella divulgazione. Anche gli interventi delle commemorazioni in corso lo confermano. L'atteggiamento di Turing è sempre squisitamente scientifico, anche quando parla di argomenti popolari, ed evidentemente risulta troppo difficile da cogliere, seguire e recepire nel difficile equilibrio tra immaginazione, ipotesi e verifica sperimentale; per questo motivo viene ridotto a formule semplificate; laddove sfiora la filosofia, è interpretato in termini di problematiche tradizionali piuttosto rozze, proprio quelle che egli voleva sostituire con una visione scientifica.

[1] Per informazioni sulla vita rimandiamo alla biografia (Hodges, 1983).
[2] Toulmin S. (19 gennaio, 1984), *The New York Review of Books*, p. 3.

1. I contributi scientifici

Turing ha dato contributi in molti campi: la logica, la teoria della calcolabilità, la crittografia, le macchine calcolatrici, l'informatica, l'Intelligenza Artificiale, il cervello, la matematica pura e applicata, la morfogenesi.

1.1. Teoria della calcolabilità

Nel 1936 Turing ha elaborato il modello formale delle macchine che portano il suo nome, dimostrando l'esistenza di una macchina universale; di fatto ha dato origine alla teoria stessa e all'informatica teorica.

La ricerca di Turing era rivolta alla soluzione dell'*Entscheidungs-problem*, o problema della decisione, nella forma in cui era stato esposto nel manuale (Hilbert e Ackermann, 1928), come il problema di «determinare se una data formula qualsiasi del calcolo dei predicati è universalmente valida o no[3]».

Gli autori precisavano che il problema si può ritenere risolto solo se «è conosciuto un procedimento (*Verfahren*) per mezzo del quale per una data espressione logica si possa decidere la validità (o rispettivamente la soddisfacibilità) con un numero finito di operazioni». E concludevano:

> Il problema della decisione deve essere considerato il problema fondamentale della logica matematica[4].

Siccome se la soluzione A di un problema dipende, ed è dimostrata tale in base a un numero finito T di assiomi della teoria a cui appartiene, allora $\wedge T \rightarrow A$ è universalmente valida, o A è logicamente deducibile da $\wedge T$[5], e viceversa, David Hilbert (1862-1943) riteneva forse che una risposta positiva al problema della decisione per la logica avrebbe dimostrato che

[3] La logica a cui si faceva riferimento era il calcolo dei predicati di ordine superiore, ma il problema era già significativo per il calcolo dei predicati del primo ordine, che Hilbert chiamava calcolo funzionale ristretto.

[4] Ora nei testi di logica la soluzione del problema della decisione è presentata in generale come corollario di altri risultati (come la compatibilità degli assiomi logici con il sistema finito di assiomi per l'aritmetica Q, si veda per esempio (Lolli, 2011, p. 204)).

[5] Le due versioni, semantica e deduttiva, diventeranno equivalenti con il teorema di completezza logica di Kurt Gödel (1906-1978) del 1929, in (Gödel, 1929), pubblicato nel 1930.

ogni problema matematico era risolubile, una tesi a cui era ambiguamente affezionato.

Le aspettative erano contrastanti; i matematici più famosi paventavano tale eventualità, per esempio Hermann Weyl (1885-1955):

> Se ciò riuscisse un giorno [completezza geometria elementare[6]] questa intuizione ci aprirebbe la strada per decidere la verità o falsità di ogni giudizio geometrico [...] applicando metodicamente una certa tecnica deduttiva ('con un numero finito di passi'): la matematica si troverebbe *banalizzata*, almeno in linea di principio (Weyl, 1918).

Il pericolo di una banalizzazione peraltro sembrava reale visto il successo della formalizzazione delle teorie matematiche fondamentali, iniziata con i *Principia mathematica* di Russell e Whitehead e proseguita negli anni venti da Hilbert.

Anche in relazione all'*Entscheidungsproblem* i progressi erano incoraggianti, vista la risposta positiva per la logica proposizionale e per il calcolo dei predicati monadici. L'accumulo di risultati portò a ridurre dall'alto il problema della decisione, per formule qualunque, a formule della forma $\exists\exists\exists\forall\ldots\forall$, cioè con un prefisso costituito da tre quantificatori esistenziali seguiti da un blocco di un numero finito arbitrario di quantificatori universali, e una matrice priva di quantificatori. Dal basso invece si arrivò a trovare un metodo di decisione per formule $\exists\exists\forall\ldots\forall$[7]. L'ottimismo pareva tecnicamente se non moralmente giustificato: un solo quantificatore si frapponeva alla soluzione positiva del problema.

Invece nel 1936 si ha la risposta negativa, contemporaneamente e indipendentemente da parte di Alonzo Church (1903-1995) e di Alan Turing. I risultati importanti di solito hanno la caratteristica che da una parte guardano indietro a chiudere una storia, ma dall'altra ne aprono in avanti una sul momento imprevedibile; nel 1936 attira l'attenzione la soluzione del problema aperto sul tappeto, ma in una prospettiva più lunga quella soluzione passa in secondo piano rispetto al nuovo che si è inventato per trovarla. Turing nell'occasione ha dimostrato, oltre all'indecidibilità

[6] Una teoria assiomatizzata completa, cioè tale che, per ogni formula A, o A è dimostrabile nella teoria, o la sua negazione $\neg A$ lo è, è decidibile.

[7] Entrambi questi ultimi perfezionamenti sono dovuti a Gödel, in (Gödel, 1932) e (Gödel, 1933). Gödel considera il problema della soddisfacibilità, e quindi i suoi quantificatori universali ed esistenziali sono scambiati.