

Scuola di Dottorato in Scienze umane e filosofia
Università degli Studi di Verona

La sfida della misurazione nelle scienze sociali

Grandezze e proprietà osservabili
ma non “misurabili”

a cura di Paola Di Nicola



Sociologia

FrancoAngeli

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati possono consultare il nostro sito Internet: www.francoangeli.it e iscriversi nella home page al servizio “Informatemi” per ricevere via e.mail le segnalazioni delle novità o scrivere, inviando il loro indirizzo, a “FrancoAngeli, viale Monza 106, 20127 Milano”.

Scuola di Dottorato in Scienze umane e filosofia
Università degli Studi di Verona

La sfida della misurazione nelle scienze sociali

Grandezze e proprietà osservabili
ma non “misurabili”

a cura di Paola Di Nicola



Sociologia

FrancoAngeli

Il volume è stato pubblicato con il contributo dell'Università degli Studi di Verona, Scuola di Dottorato in Scienze umane e filosofia.

Copyright © 2012 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy

L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore. L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito www.francoangeli.it.

Indice

Introduzione, di *Paola Di Nicola* pag. 9

Parte prima

I fondamenti epistemologici della misurazione nelle scienze sociali

1. La teoria elementare della misura delle grandezze da un punto di vista filosofico-matematico , di <i>Antonio Moretto</i>	»	17
1. Introduzione	»	17
2. Osservazioni sulla definizione delle grandezze	»	18
3. La misura delle grandezze	»	20
4. Le grandezze incommensurabili e l'irrazionale	»	23
5. Le grandezze incommensurabili e l'irrazionale in Platone e Aristotele	»	24
6. La ciclometria di Archimede	»	27
7. Relazioni tra grandezze in matematica e in fisica	»	30
8. Misura e approssimazione nell'interpretazione dei fenomeni fisici	»	33
9. Conclusione	»	34
2. La misurazione fondamentale in psicologia , di <i>Egidio Rombusto e Pasquale Anselmi</i>	»	36
1. Punteggi e misure	»	38
2. La misurazione fondamentale in psicologia	»	40
3. Il modello di Rasch	»	43
4. Conclusioni	»	49
Riferimenti bibliografici	»	50

3. Il problema della misurazione nelle scienze umane, di		
<i>Maria Concetta Pitrone</i>	pag.	51
1. Introduzione	»	51
2. La definizione di misurazione in diversi ambiti scientifici	»	53
2.1. Critiche specifiche alla definizione di Stevens	»	56
3. Proprietà e definizioni operative	»	63
4. Perché pretendiamo sempre di misurare	»	67
5. Ricadute negative dell'ossequio al mito della misurazione	»	69
6. Conclusioni	»	72
Riferimenti bibliografici	»	72

Parte seconda

“Ditelo con i numeri”: opinioni, salute, istruzione

4. Rilevare le opinioni tramite il sondaggio, di		
<i>Gabriella Fazzi</i>	»	79
1. Il concetto di “atteggiamento” e la sua definizione	»	79
2. Opinioni e atteggiamenti	»	82
3. La rilevazione delle opinioni	»	84
4. Quali tecniche per rilevare opinioni e atteggiamenti?	»	85
5. Quali modi per chiedere un'opinione?	»	91
6. A chi chiedere un'opinione?	»	96
Riferimenti bibliografici	»	98
5. La misurazione della qualità della vita soggettiva: da		
“excellent, fair, poor...” al questionario liquido, di		
<i>Mau-ro Niero</i>	»	101
1. La qualità della vita sulla faglia fra due epoche e due cul- ture della misurazione	»	101
2. Strumenti di rilevazione mono-scala	»	105
3. Soluzioni multi-item/multi-scala	»	112
4. La misurazione oggettiva e il questionario liquido	»	116
5. Conclusione	»	123
Riferimenti bibliografici	»	124
6. L'istruzione nel mondo, di		
<i>Antonio Cobalti</i>	»	128
1. L'alfabetizzazione della popolazione mondiale	»	131
1.1. Un po' di storia	»	132
1.2. Il cambiamento nel tempo	»	134
1.3. I confronti tra regioni	»	135
1.4. Le previsioni sul futuro	»	137

2. L'istruzione pre-primaria (<i>Early Childhood Care and Education: ECCE</i>)	pag.	138
3. L'istruzione primaria	»	139
3.1. I tassi di passaggio alla secondaria	»	142
3.2. Genere e disuguaglianze: cumulo o compensazione degli effetti?	»	143
3.3. I "fuori scuola" (out-of-school children)	»	144
3.4. Giovani non a scuola e diritto all'istruzione	»	144
3.5. Alcuni dati sugli "out-of-school"	»	146
3.6. I ripetenti e i drop-out	»	147
4. L'istruzione secondaria	»	149
4.1. A scuola e non a scuola nella primaria e nella secondaria: un'analisi complessiva	»	152
5. L'istruzione terziaria	»	153
6. Le aspettative di vita scolastica	»	156
7. Conclusioni	»	158
Riferimenti bibliografici	»	164
Nota tecnica	»	166
Gli autori	»	169

Introduzione

di *Paola Di Nicola*

L'esperienza che abbiamo della nostra realtà di vita quotidiana assume i caratteri dell'ovvio, dello scontato, del banale perché essa è ordinata. Uno dei fattori che gioca un ruolo fondamentale nell'ordinamento della nostra realtà di vita quotidiana sono i numeri. Anziché rimanere confinati entro i nostri quaderni di matematica, i numeri "sono usciti allo scoperto" e scandiscono le nostre esperienze del mondo dando ad esse un ordine, una sequenza temporale: le 24 ore del giorno e della notte scandiscono i momenti della nostra giornata, alternando e ponendo in sequenze separate il tempo del lavoro, il tempo della cura del sé, il tempo del *loisir*, il tempo della cura degli altri. A livello collettivo esiste un tempo sociale che segna e scandisce i tempi delle biografie di vita individuale. In questa accezione il tempo simboleggiato da un numero convenzionale da tutti riconosciuto consente di allineare i tempi della vita sociale con quelli della vita privata. Riconoscere come simbolo dei diversi tempi di una giornata le diverse ore, e dando per scontato che la maggior parte delle persone che condividono i miei spazi sociali riconoscano come vera ed effettivamente reale l'ora simboleggiata da quel numero, consente di prendere un treno, un qualsiasi mezzo di trasporto pubblico, recarsi al lavoro all'ora giusta, andare a pranzo quando lo fa la maggior parte delle persone, darsi un appuntamento, andare in palestra ecc.

La nostra esperienza di vita quotidiana ci appare ordinata e dotata di un senso anche perché è possibile fare confronti, distinzioni, sovrapposizioni tra oggetti e spesso tra persone, facendo riferimento a degli ordini di grandezza impliciti, che possono esprimersi con numeri. Non solo posso dire che un tavolo è più grande di una sedia, ma in teoria potrei mettere a confronto il volume del tavolo con quello della sedia per valutare l'ingombro delle due suppellettili in uno spazio particolare, come un salotto di 24 metri quadrati, e stimare quante sedie debbo/posso acquistare. Posso dire che una

persona è più grande di un'altra perché ha più anni, perché è più alta, perché più grassa: spesso, senza rendercene conto, usiamo unità di misura specifiche quali l'età, l'altezza, il peso che ci consentono di indicare in maniera più precisa e, soprattutto, condivisa dagli altri l'entità delle differenze tra le due persone, a seconda della proprietà che prendo in considerazione (e che avrà una sua unità di misura: l'età, espressa in anni, piuttosto che il peso, espresso in kilogrammi).

Non sempre ci si rende conto che tali unità di misura sono il risultato di convenzioni sociali che hanno alle spalle una storia lunghissima e che la loro crescente generalizzazione a livello globale è il risultato di analoghi processi di generalizzazione degli scambi. Anzi gli scambi, soprattutto economici, a livello globale sono tanto più facili quanto più alcune unità di misura sono universalmente accettate da tutti i Paesi che partecipano al mercato globale delle merci.

La sicurezza che abbiamo nell'uso a-riflessivo delle unità di misura riferite al tempo, allo spazio, al peso ecc. vacilla quando ci troviamo di fronte a problemi di valutazione e confronto tra entità che non sono empiricamente accessibili ad una unità di misura esterna. Si pensi ai sentimenti (amore, odio, simpatia, attrazione, indifferenza ecc.), ai concetti (giustizia, verità, bene comune, interesse ecc.), agli orientamenti valoriali (politici, religiosi, ideologici ecc.), alle regole implicite che rendono possibile la vita sociale, alle attitudini, alle opinioni, vale a dire a tutte quelle dimensioni di vita che diventano reali (accessibili agli altri) solo se sono espresse tramite il linguaggio – che è sempre metafora – e visibili quando sono alla base di molti dei nostri comportamenti esteriori. Analoga incertezza si sperimenta quando si tenta di dare un “peso” alle differenze sociali, per capire, ad esempio, quanto una persona sia più importante di un'altra, quanto sia alto il suo livello sociale e quale la differenza tra il primo e l'ultimo gradino di una ipotetica scala delle gerarchie sociali.

Incertezza che per molti versi è diventata il banco di prova rispetto al quale valutare la “scientificità” di quelle discipline che hanno eletto l’“indicibilità” immediata ed empirica del sociale (le relazioni che connettono gli uomini reciprocamente e i loro pensieri) a loro campo di studio (in particolare sociologia e psicologia).

Con il Seminario di studio *Fondamenti epistemologici della misurazione nelle scienze sociali*, che si è tenuto il 12 novembre 2010 presso l'Università di Verona, la Scuola di Dottorato in Scienze umane e filosofia ha aperto una discussione sui problemi epistemologici, teorici e filosofici che sono alla base della più rilevante tradizione di ricerca nelle scienze sociali: la tradizione empirico-quantitativa che, integrata e per molti versi

stemperata da una più debole tradizione “qualitativa”, conserva ancora una forte, se non esclusiva, posizione di dominanza. Per questa tradizione non solo la realtà sociale ha una sua oggettività esterna rispetto all’attore sociale, ma può essere altresì colta, studiata, analizzata nelle sue diverse dimensioni (comportamenti individuali e collettivi, logiche istituzionali e logiche organizzative) attraverso strumenti di rilevazione che vanno dalla classificazione, al conteggio, alla misurazione. La realtà sociale può essere espressa da “numeri”, che in quanto tali possono essere sottoposti a tutte le operazioni matematiche: addizioni, sottrazioni, medie ecc. La quasi totalità dei pacchetti statistici per l’elaborazione dei dati nelle scienze sociali parte dalla matrice dati, al cui interno individui e caratteristiche individuali sono espressi in numeri: per riga gli individui (1, 2, 3...n) e per colonna le sue proprietà distintive (variabile 1, 2, 3...n).

Tale forma di ordinamento della realtà sociale rinvia a concetti, presupposti epistemologici e problemi sui quali il dibattito è ancora aperto, a fronte tuttavia di una richiesta crescente, da parte delle istituzioni “politiche” – e non solo – di dati e numeri che consentano di studiare, quantificare, confrontare aspetti della realtà sociale (ad es. qualità della vita, livelli di istruzione, produttività della ricerca scientifica, performance di istituzioni come ospedali, scuole, magistratura, forze di polizia, università, agenzie per il lavoro, crescita globale di un Paese ecc.) con il fine, spesso anche dichiarato, di premiare l’eccellenza e tagliare i rami secchi. Rimane, sempre drammatico, sullo sfondo il problema di come si è arrivati a misurare l’eccellenza e ad elencare i rami secchi!

Il seminario si è posto l’obiettivo di concentrare l’attenzione sui fondamenti epistemologici della misurazione nella scienze sociali, mettendone in evidenza limiti e potenzialità, riduzionismi e semplificazioni, presupposti e conseguenze. Sono state presentate e discusse più posizioni e punti di vista, con l’obiettivo di porre in luce non solo quanto il dibattito sia ancora aperto, ma quanto esso sia stato e sia ricco di stimoli e suggestioni, contribuendo allo sviluppo e alla crescita di interi comparti di ricerca.

La tensione a trovare strumenti di misurazione non solo per la realtà fisica del mondo, ma anche per quella umana e sociale non è solo il risultato dello sforzo di ricercatori e studiosi di traghettare le “scienze dello spirito” nel mondo delle “scienze della natura”, ma costituisce un tema-problema ricorrente nella storia della filosofia e della conoscenza. È un problema “antico” con il quale si è cimentata la filosofia classica dei greci nel tentativo di trovare strumenti logici di distinzione tra il caos e l’ordine della realtà visibile.

Il contributo di Antonio Moretto (cap. 1) inizia con un ampio riferimento a Platone, secondo il quale «la misura segna la differenza tra il mondo infor-

me e quello ordinato» e prosegue con Pascal che «sostiene che vi sono tre cose, il movimento, il numero e lo spazio, che comprendono tutto l'universo, conformemente a queste parole: *Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura*».

Il tema della misurazione nella filosofia continua ad essere dibattuto sino agli albori della nascita delle cosiddette scienze esatte. Come evidenza Moretto ancora per Kant il concetto di *misura* veniva assunto come concetto puro *a priori* dell'intelletto: unità, pluralità, totalità, misura (come unità di misura) costituiscono le categorie della quantità e «il compito della teoria elementare della *misura* è quello di porre in corrispondenza biunivoca le grandezze (assolute) con i numeri reali (assoluti), in modo che sia conservata la somma e l'ordine».

Tale corrispondenza biunivoca che è alla base delle scienze della natura, è diventata per molti aspetti la sfida raccolta da discipline sperimentali ed empiriche che hanno a che fare con “grandezze” particolari: pensieri, attitudini, orientamenti, sentimenti umani ecc. che presentano sempre una notevole variabilità sia inter che intra-gruppo. Come sottolineano Egidio Robusto e Pasquale Anselmi (cap. 2): «La misurazione rigorosa delle variabili rappresenta la *conditio sine qua non* per lo sviluppo del sapere scientifico. L'assenza in psicologia di un'attenzione significativa ai problemi della misurazione ha penalizzato, e sta penalizzando, la qualità dei suoi risultati. I ricercatori sono soliti costruire i punteggi contando il numero di risposte corrette date ad un questionario e trattare tali punteggi come se fossero statistiche sufficientemente buone per ottenere una misurazione valida». Pratica fallita, in quanto «gli psicologi, invece di usare il concetto di misura comune a tutte le scienze, ne hanno inventato uno *ad hoc*». Per Robusto e Anselmi il tipo di misurazione che la psicologia deve realizzare per produrre un sapere scientifico è la “misurazione fondamentale” (la misurazione comunemente utilizzata in fisica) che «non deriva da altre misurazioni e che consente di compiere le operazioni aritmetiche di addizione e sottrazione». Dopo avere dimostrato come in psicologia la pratica dominante sia stata quella di trattare i punteggi come fossero misure, Robusto e Anselmi presentano il modello di Rasch come metodo di elezione per realizzare tale misurazione.

L'impossibilità teorica e metodologica di “misurare” i fatti sociali è ampiamente argomentata da Maria Concetta Pitrone (cap. 3), che non solo recupera dignità a metodi di ricerca – come la classificazione – tipiche di discipline considerate “della natura” come la botanica – ma sottolinea come obiettivo della sociologia non sia tanto quello di pesare e misurare i fatti sociali, quanto quello di comprendere le dinamiche di sviluppo, di cambiamento, di diffusione di processi e comportamenti che pur dimostrano tutta

la loro variabilità, senza per questo poter essere posti lungo un continuo “misurabile” con una qualsiasi unità di misura. Ricordando Kaplan, Pitrone sottolinea che «le scienze del comportamento umano devono smettere di imitare “quell’idea che si sono fatti delle procedure delle scienze fisiche”», secondo le quali contare è sinonimo di fare ricerca e che la statistica sia una base sufficiente per la metodologia scientifica.

Il contributo di Maria Concetta Pitrone non stigmatizza i tentativi fatti dai diversi ricercatori di trovare forme sempre più precise di misurazione, ma vuole esse un invito a non trascurare altri strumenti di rilevazione dei dati, che pur non potendo raggiungere la “supposta” esattezza di una misurazione matematica, in realtà consentono di avvicinarsi per gradi progressivi e nel rispetto della natura dell’oggetto di studio a conoscenze adeguate e dotate di senso della realtà sociale esaminata. Non tutto ciò che non è misurabile diventa “opaco” e “invisibile” per un ricercatore sociale. In questo senso, Pitrone sollecita a spostare l’attenzione dalla misurazione alla operativizzazione, vale a dire al lavoro – che comunque viene molto prima della stesura del questionario o della scheda di raccolta dati! – di traduzione dei concetti in dimensioni empiricamente rilevabili. Operativizzazione dei concetti fondamentale nei casi in cui per la raccolta dei dati il ricercatore ha bisogno della collaborazione dell’intervistato e/o di chi “produce” il dato.

La seconda parte del volume, con i contributi di Gabriella Fazzi, Mauro Niero e Antonio Cobalti, dimostra in maniera chiara quanto la logica computazionale abbia pervaso molti aspetti della nostra vita, rendendo possibile valutazioni, confronti, analisi di fenomeni e processi che altrimenti non giungerebbero mai a nostra conoscenza e dei quali non saremmo in grado di farcene un’idea in termini di grandezze, diffusione. Ma i loro contributi, inoltre, molto ci dicono sull’uso spesso politico dei dati!

La rilevazioni delle opinioni, i sondaggi – si veda il capitolo 4 di Gabriella Fazzi – con i quali spesso si tenta di avere dati che sostengono e supportano orientamenti politici e ideologici contrapposti, ha anche consentito di affinare la distinzione tra opinione, credenza, comportamento ecc. che comunque dobbiamo avere presente quando leggiamo o sentiamo dati e risultati di rilevazioni specifiche. In questo senso, la necessità di capire che cosa si stesse o si potesse realmente “misurare” ha fatto sì che i concetti giungessero ad una maggiore e migliore precisazione, passo imprescindibile per poter iniziare la fase della loro operativizzazione,

Parallelamente tutto il movimento degli indicatori sociali da cui prende le mosse il capitolo di Mauro Niero (cap. 5), per poi svilupparsi in direzione di un approfondimento degli indicatori soggettivi di qualità della vita, dimostra come tali dati possano essere – e spesso sono – alla base della va-

lutazione delle performance dei sistemi sanitari e dell'impatto di atti sanitari sulla percezione della qualità della vita di un ipotetico utente. Percezione, la cui natura potrebbe anche servire a ri-orientare l'azione e le modalità organizzative di un sistema sanitario. Contemporaneamente, il capitolo di Niero testimonia del lungo e sistematico lavoro svolto dai ricercatori nello sforzo di definire, prima che misurare, la qualità soggettiva della vita.

La centralità del dato come strumento di valutazione di specifiche politiche appare in tutta evidenza nel capitolo di Antonio Cobalti (cap. 6). I confronti e le riflessioni critiche sviluppate dall'Autore sono possibili solo nella misura in cui sono disponibili dati e informazioni sulla situazione dell'istruzione nel mondo. Forte è la consapevolezza di Cobalti, che di fronte ad ogni numero dobbiamo sempre chiederci "quale pezzo di realtà" si nasconde, interrogativo tanto più cruciale e strategico, quanto più organizzazioni mondiali del peso del Fondo Monetario Internazionale o della Banca Mondiale usano tali dati per aprire o chiudere i canali del prestito ai Paesi in via di sviluppo!

Il "ditelo con i numeri" (la seconda parte del volume) non vuole essere un invito ad assecondare la diffusa "quantofrenia" tra ricercatori e i cosiddetti *stakeholders*, ma tende ad accrescere la consapevolezza che il numero nella sua semplicità, sinteticità e autoevidenza non sempre è più oggettivo di una valutazione non standardizzata: è un potente strumento che può sviluppare tutta le sue potenzialità solo se accompagnato dalla ricostruzione del percorso logico e metodologico che ha portato alla sua formulazione. È necessario comprendere ciò che dice e ciò che nasconde.

Con la pubblicazione di questo volume si vuole dare la possibilità a tutti i dottorandi della Scuola, ai nuovi iscritti e a coloro che sono in prossimità della fine del percorso, di poter conservare e – si spera – consultare un libro che è il frutto di un lavoro di approfondimento specificatamente pensato, ideato e realizzato per loro. Un lavoro che ha visto impegnata tutta la Scuola.

A tale proposito non posso non ringraziare il Consiglio della Scuola che sempre unanime ha condiviso e sostenuto le iniziative promosse e la dott.ssa Catia Cordioli, segretaria, che di queste iniziative è stata la mente operativa.

Un ringraziamento va infine a tutti i colleghi che non solo hanno partecipato al seminario, offrendo stimoli di non trascurabile profondità, ma hanno anche condiviso l'onere e la fatica di questa pubblicazione.

Parte prima

*I fondamenti epistemologici della misurazione
nelle scienze sociali*

1. La teoria elementare della misura delle grandezze da un punto di vista filosofico-matematico

di Antonio Moretto

1. Introduzione

Secondo Platone la misura segna la differenza tra il mondo informe e quello ordinato. Infatti nel *Timeo*, per rendere conto dell'origine del mondo, afferma che il Demiurgo modellò con le *idee (eidesi)* e con i *numeri* le cose che si trovavano senza rapporto e senza misura. E nell'era moderna, riprendendo il testo biblico del *Libro della Sapienza*, Pascal sostiene che vi sono tre cose, il movimento, il numero e lo spazio, «che comprendono tutto l'universo, conformemente a queste parole: *Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura* [Sap. XI, 21]»¹ Queste considerazioni possono servire per mostrare sinteticamente la rilevanza del problema della misura per la filosofia antica e moderna. Cosa si intenda per misura risulterà dalle considerazioni che seguono. Per un primo orientamento sulla tematica proposta si può tuttavia dire che la misura effettua mediante numeri un confronto tra oggetti che altrimenti risulterebbero irrelati, ad esempio il lato e il perimetro di un quadrato, oppure il lato e la diagonale del medesimo, oppure tra la velocità e il tempo nel moto di caduta di un grave, realizzando in questo modo una grande economia di pensiero. Il problema della teoria elementare della misura delle grandezze riguarda pertanto la matematica e le sue applicazioni. In quanto tale è oggetto di interesse da parte della filosofia della matematica e della filosofia in generale.

¹ Cfr. Platonis *Timaeus*, 53 A-B (traduco *alogos* con “senza rapporto”); B. Pascal, *De l'esprit géométrique et de l'art de persuader*, in Id., *Oeuvres complètes*, texte établi, présenté et annoté par J. Chevalier, Gallimard, Paris, 1954: 583; per il testo biblico si rinvia al *Libro della Sapienza*, Sap. XI, 20-22, trad. it., in *TOB. La Bibbia da studio*, Elledici, Torino, 1992: 2002-2003.

Con il termine *elementare* intendo precisare che non vengono toccate le questioni che implicano l'utilizzazione del calcolo infinitesimale per la valutazione, ad esempio, delle lunghezze delle curve, delle aree delle superfici e dei volumi dei solidi. Nel presente saggio cercherò di affiancare alle questioni teoriche, riguardanti il problema della misura delle grandezze sotto il profilo filosofico-matematico, le riflessioni di alcuni filosofi che sottolineano l'attenzione che essi hanno dedicato a questa tematica².

2. Osservazioni sulla definizione delle grandezze

Dalle Definizioni 1-5 del V Libro degli *Elementi* di Euclide si comprende che egli per utilizzare la nozione di rapporti tra grandezze, comincia col precisare la nozione di una grandezza (minore) sottomultipla di un'altra (maggiore), e analogamente di una multipla di un'altra. Si assume pertanto che si possano eseguire confronti tra grandezze (omogenee). Perché ci sia un rapporto tra grandezze esige che ci sia un multiplo della minore che supera la maggiore (postulato di Eudosso di Cnido, 408?-355? a.C., matematico, astronomo e filosofo), e dà quindi la seguente elaborata definizione dell'uguaglianza di due rapporti, applicabile anche a coppie di grandezze incommensurabili, definizione che susciterà l'ammirazione e l'interesse dei matematici nei secoli successivi³: due grandezze, A, B, sono nello stesso rapporto di altre due, C, D, «quando *tutti* i valori approssimati per difetto del rapporto tra le prime due grandezze siano valori approssimati pure per

² Nel presente lavoro riprendo, modifico e sviluppo alcuni temi presentati in A. Moretto, *Conoscenza e approssimazione in matematica*, in *Conoscenza e verità*, a cura di M.C. Amoretti-M. Marsonet, Giuffrè, Milano, 2007: 107-143; Id., *Sulla nozione di errore in matematica e nelle sue applicazioni alla fisica*, "DiPAV", 19.2007: 83-113; Id., *Matematica e psicologia empirica in Wolff*, in AA.VV., *Christian Wolff tra psicologia empirica e psicologia razionale*, hrsg. v. F.L. Marcolungo, in Chr. Wolff, *Gesammelte Werke*, III. Abt., Bd. 106, Olms, Hildesheim-Zürich-New York: 145-165.

³ Questo argomento viene trattato con ampiezza e profondità di veduta nel V Libro degli *Elementi* di Euclide: Euclides, *Elementa*, post. I.L. Heiberg edidit E.S. Stamatis, Teubner, Leipzig, 1969-77, Liber V; trad. it. Euclide, *Gli elementi*, a cura di A. Frajese e L. Maccioni, Utet, Torino, 1970, Libro V. A questo riguardo U. Morin e F. Busulini osservano che «la teoria delle grandezze geometriche e dei loro rispettivi rapporti è il contributo più importante degli Elementi di Euclide al progresso della geometria». Cfr. U. Morin, F. Busulini, *Elementi di geometria*, II, Cedam, Padova, 1966: VII. Si noti che il contenuto del V Libro degli *Elementi* di Euclide, scritti verso il 300 a.C., è probabilmente una rielaborazione dei risultati di Eudosso.

difetto anche del rapporto tra le altre due grandezze, e similmente per i valori approssimati per eccesso»⁴.

La prima questione da esaminare è la definizione elementare di *grandezza*. Secondo l'*Encyclopédie* di Diderot e d'Alembert (pubblicata negli anni 1751-1765) grandezza è tutto ciò che può essere aumentato o diminuito⁵. Hegel tiene presente questa definizione, allorché ricorda che in matematica si chiama *grandezza* «ciò che può essere *aumentato* o *diminuito*», segnalando la difettosità di questo *definiens*⁶. Nella definizione dell'*Encyclopédie*, viene fatto riferimento alla possibilità di operare somme e sottrazioni tra grandezze, ma implicita è anche la possibilità di operare confronti tra grandezze.

A questa definizione un po' sommaria veniva data una formulazione più articolata in classici manuali di geometria. Per questo scopo si prendono in considerazione le grandezze geometriche assolute (lunghezze di segmenti, ampiezze di angoli, estensioni di superfici ecc.), ma i risultati si estendono anche alle grandezze fisiche (pesi, masse, quantità di calore ecc.), e possono venire ampliati considerando grandezze negative. Una *classe* di enti si dice costituire una classe di *grandezze omogenee* se per esse si può definire un'operazione (addizione) commutativa, e la sua inversa (sottrazione) in modo che esse godano delle consuete proprietà formali; inoltre esse devono essere confrontabili, vale a dire si possano stabilire le relazioni di uguaglianza e disuguaglianza⁷.

Per avere una definizione più precisa delle grandezze si può tener conto ad esempio di quella proposta da U. Morin e F. Busulini, ricorrendo all'algebra astratta. In questo caso la *struttura* fondamentale è quella di *monoide* di grandezze, ossia un'insieme di grandezze dotato di un'operazione di *addizione* (struttura additiva) che gode della proprietà associativa (monoide additivo). La struttura viene arricchita con la proprietà commutativa, l'esistenza della gran-

⁴ Riporto la definizione euclidea nella versione scritta in forma più agile da A. Frajese nel Commento introduttivo al Libro V degli *Elementi*: A. Frajese, [*Commento al Libro V*], in Euclide, *Gli Elementi*, cit.: 293.

⁵ «On appelle quantité ou grandeur tout ce qui peut être augmenté ou diminué»: si veda nell'*Encyclopédie* curata da Diderot e d'Alembert l'*Explication détaillée du système des connessances humaines*, in *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une société de gens de lettres*. Mis en ordre et publié par M. Diderot, et, quant à la partie mathématique par M. D'Alembert, Paris, 1751-1765, vol. I: xljx.

⁶ G.W.F. Hegel, *Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse*, Heidelberg, 1817, in Id., *Sämtliche Werke*, Jubiläumsausgabe, Bd. 6, § 52 A; in trad. it. G.W.F. Hegel, *Enciclopedia delle scienze filosofiche in compendio*, trad. a cura di F. Biasutti, L. Bignami, F. Chierighin, G.F. Frigo, G. Granello, F. Menegoni, A. Moretto, Trento, 1987: 46.

⁷ F. Enriques, U. Amaldi, *Elementi di geometria*, II, Zanichelli, Bologna, s.d. (data di rist.: 1993): I, 2.