

S

F

S C I E N Z E
D E L L A
FORMAZIONE

A cura di
Giangiaco^o Gerla,
Cristina Coppola,
Tiziana Pacelli

Logica, linguaggio e didattica della matematica

FrancoAngeli

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati possono consultare il nostro sito Internet: www.francoangeli.it e iscriversi nella home page al servizio “Informatemi” per ricevere via e.mail le segnalazioni delle novità o scrivere, inviando il loro indirizzo, a “FrancoAngeli, viale Monza 106, 20127 Milano”.

A cura di
Giangiaco m o Gerla,
Cristina Coppola,
Tiziana Pacelli

**Logica, linguaggio
e didattica
della matematica**

FrancoAngeli

La pubblicazione del presente volume è stata resa possibile grazie al contributo FARB 2010 (Fondo di Ateneo per la Ricerca di Base) “Logica e geometria: aspetti fondamentali, storici e didattici”.

Copyright © 2012 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy

L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore. L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito www.francoangeli.it.

Indice

Premessa, di Giangiacomo Gerla	pag.	13
Processi cognitivi e rappresentazioni semiotiche: indagine preliminare, di Giovannina Albano, Cristina Coppola, Tiziana Pacelli, Lucio Vecchio	»	15
1. Introduzione	»	15
2. Riferimenti teorici	»	16
3. L'esperimento	»	18
4. Analisi dei risultati	»	21
5. Conclusioni	»	25
Bibliografia	»	25
Sei un furfante o un cavaliere? Un modello per descrivere le argomentazioni dei bambini, di Chiara Andrà e Simona Rollè	»	27
1. Introduzione	»	27
2. Riferimenti teorici	»	28
3. Due esempi	»	31
3.1. Episodio 1	»	32
3.2. Episodio 5	»	34
4. Note conclusive	»	36
Bibliografia	»	36
Negazione e quantificatori: un approccio linguistico funzionale, di Cristina Bardelle	»	39
1. Introduzione	»	39
2. Studi sulla negazione	»	40

2.1. <i>Negazione e psicologia del ragionamento</i>	»	40
2.2. <i>Negazione e linguistica</i>	»	42
2.3. <i>Negazione e apprendimento della matematica</i>	»	43
3. Quadro teorico	»	43
4. L'esperienza	»	44
4.1. <i>I problemi</i>	»	45
5. Risultati	»	46
5.1. <i>Negazione come implicatura conversazionale</i>	»	47
5.2. <i>Negazione come fattore emotivo</i>	»	48
5.3. <i>Negazione e contesto di situazione</i>	»	48
6. Conclusioni	»	49
Bibliografia	»	50

Rileggere la storia 'in chiave metamatematica o, per meglio dire, logica', di Cinzia Bonotto	»	53
1. Le Nuove Indicazioni Nazionali per i licei	»	53
2. Attualità di Euclide	»	55
3. Interazione matematica-filosofia	»	56
4. Sulle definizioni	»	58
5. Sui postulati	»	60
6. Altri percorsi	»	61
7. Sulle geometrie non euclidee	»	64
Bibliografia	»	65

Analisi sociale e rigore scientifico. Scelta di equilibrio per l'ottimizzazione dei risultati nell'insegnamento della matematica, di Ferdinando Casolaro e Luca Paladino	»	67
1. Introduzione	»	67
2. Dati dell'indagine	»	68
3. Il problema di decisione della scelta didattica: introduzione all'Analisi Matematica	»	69
3.1. <i>Elementi essenziali alla formazione in itinere</i>	»	69
3.1.1. <i>Algebra e Analisi Matematica</i>	»	69
3.1.2. <i>Algebra lineare e geometria</i>	»	69
4. Le funzioni elementari	»	69
5. Il problema di decisione della scelta didattica: introduzione alla Geometria. Dalla geometria euclidea alla geometria affine attraverso il concetto di spazio vettoriale	»	78

5.1. Definizione di vettore e concetto di iperpiano	»	79
5.2. Prodotto scalare	»	79
5.3. Dipendenza lineare tra vettori nel piano (S2) e determinante della matrice con le componenti dei vettori	»	79
5.4. Dipendenza lineare tra vettori nello spazio S3	»	80
5.5. Ampliamento della geometria euclidea alla geometria affine con l'introduzione dei vettori	»	80
5.6. Equazione della retta in S2	»	81
5.7. Equazione del piano in S3	»	81
5.8. Equivalente del piano in uno spazio curvo	»	82
Bibliografia	»	82

Le ragioni logiche del passaggio dall'idea di spazio assoluto e tempo assoluto come concetti tra loro indipendenti, all'impossibilità della loro separazione e alla conseguente loro unificazione nel cosiddetto continuo spazio-temporale, di Ercole Castagnola e Virginia Vaccaro

1. Sommario	»	83
2. Introduzione	»	84
3. L'evoluzione dei concetti di spazio e di tempo	»	86
4. Il concetto di deduzione	»	87
5. Il concetto di deduzione e la fisica	»	89
5.1 Caso 1. Scoperta dell'orbita di Cerere	»	89
5.2 Caso 2	»	90
5.2.1 Caso 2.1 Scoperta di Nettuno	»	90
5.2.2 Caso 2.2 Nascita del continuo spazio-temporale	»	91
Bibliografia	»	94

Costruire linguaggio disciplinare imparando la matematica in un'altra lingua: esperienza in una scuola primaria, di Stefania Cavagnoli

1. Introduzione	»	95
2. Contesto sociolinguistico	»	95
3. Plurilinguismo scolastico: tentativo di definizione	»	96
4. La sperimentazione della scuola Manzoni, Bolzano VI	»	98
4.1. Le classi sperimentali	»	100
4.2. L'osservazione in classe	»	101
5. Approcci e metodi didattici della sperimentazione	»	102

5.1. <i>CLIL</i>	»	102
5.2. <i>Cooperative learning</i>	»	103
5.3. <i>Didattica laboratoriale</i>	»	104
5.3.1. <i>Esempi di attività didattiche</i>	»	105
6. Conclusioni	»	109
Bibliografia	»	110
Quale logica (matematica) a scuola?, di Carlo Dapuzo	»	111
1. Premessa	»	111
2. Condizioni di ingresso/uscita nei vari livelli di istruzione	»	111
3. La geometria	»	112
4. La probabilità	»	116
5. Numeri e funzioni	»	117
6. La derivazione	»	117
7. La logica	»	118
8. Conclusioni	»	120
Bibliografia	»	120
Il paradigma della logica , problem solving e la risoluzione di triangoli. Il programma Geologic, di Umberto Dello Iacono, Francesco Saverio Tortoriello	»	121
1. Introduzione	»	121
2. Il software Geologic	»	122
3. Il tasto “Strategia”	»	124
4. Il tasto “Non risolvibile”	»	126
5. Il tasto “Esercizio concluso”	»	126
6. Conclusioni	»	127
Bibliografia	»	128
Linguaggio, formalismo e costruzione del significato in matematica, di Pier Luigi Ferrari	»	129
1. Introduzione	»	129
2. Linguaggio e pensiero	»	131
3. Il linguaggio della matematica	»	131
3.1 <i>Aspetti generali</i>	»	131
3.2 <i>Intersemiosi</i>	»	134
4. Pragmatica ed educazione matematica	»	135
4.1 <i>La linguistica funzionale</i>	»	135
5. La metafora grammaticale e la costruzione del significato	»	137

Bibliografia	»	139
Logica e didattica: rapporto tra logica, fondamenti della matematica e controllo dei processi matematici, di Ruggero Ferro	»	143
1. La distinzione tra realtà, visione delle realtà, descrizione della visione e la separazione tra logica e fondamenti	»	143
2. Utilizzo del calcolo, in particolare logico, per il controllo dei processi matematici.	»	149
3. Presentare la logica nelle scuole?	»	152
Rappresentare i concetti nelle ontologie formali. Prototipi ed esemplari, di Marcello Frixione ed Antonio Lieto	»	157
1. Introduzione	»	157
2. Composizionalità vs. prototipi	»	158
3. Rappresentare i concetti in intelligenza artificiale	»	159
4. Alcuni suggerimenti dalla scienza cognitiva	»	161
4.1. Una proposta “pseudo Fodoriana”	»	161
4.2. Le teorie dei concetti nelle scienze cognitive	»	163
4.3. Prototipi ed esemplari	»	164
Bibliografia	»	166
Competenza simbolica, competenza concettuale e padronanza della conseguenza logica in matematica, di Paolo Gentilini	»	169
1. Il simbolo e il concetto come punti di difficoltà nell’apprendimento matematico dei quindicenni	»	169
1.1 Crisi nella accettazione e padronanza degli aspetti simbolici	»	169
1.2 Crisi nella comprensione e formulazione di semplici astrazioni	»	171
2. La competenza simbolica in matematica	»	173
3. La competenza concettuale in matematica e nelle scienze formali	»	175
3.1 Aspetti sintattici del processo di concettualizzazione	»	176
3.2 Semantica cognitiva dei concetti formali	»	178
4. La padronanza della conseguenza logica	»	182
Bibliografia	»	183

Apprendere concetti matematici: buone pratiche con la teoria delle intelligenze multiple, di Paola Nicolini e Barbara Vignoni	»	185
1. Introduzione	»	185
2. La teoria delle intelligenze multiple	»	186
3. Conoscenza e apprendimento	»	190
4. Intelligenze multiple e processi di apprendimento in campo matematico	»	192
5. Le attività e i risultati delle osservazioni in una classe IV primaria	»	193
6. I centri di apprendimento per osservare le intelligenze in azione	»	196
6.1. Scheda del centro di apprendimento logico-matematico	»	196
6.2. Scheda del centro di apprendimento spaziale	»	197
6.3. Scheda del centro di apprendimento naturalistico	»	197
6.4. Scheda del centro di apprendimento linguistico	»	198
6.5. Scheda del centro di apprendimento personale	»	199
7. Le <i>formae mentis</i> della classe e il <i>bridging</i>	»	199
7.1. La classificazione delle figure geometriche	»	200
7.2. Gli angoli	»	200
7.3. Gli elementi dei poligoni	»	201
7.4. Il perimetro	»	202
8. Conclusioni	»	202
Bibliografia	»	203
Un calcolo diagrammatico per i sillogismi, di Ruggero Pagnan	»	205
1. Introduzione: Aristotele e il sillogismo	»	205
2. Ragionamento sillogistico diagrammatico	»	207
3. Sul quadrato di opposizione	»	212
4. La “spicular notation” di Augustus De Morgan	»	213
Bibliografia	»	214
Un gioco al crepuscolo, di Carlo Toffalori	»	217
1. Introduzione: numeri morti e formule vuote	»	217
2. Prima lezione: senza macula d’errore	»	218
3. Seconda lezione: Euclide e i suoi rivali	»	221
4. Terza lezione: il male e l’infinito	»	223

5. Quarta lezione: Sancio e la tartaruga	»	226
6. Quinta lezione: quel che la tartaruga disse ad Achille	»	230
7. Sesta lezione: il giardino dei sentieri che si biforcano	»	233
8. Conclusione: quel che l'Altissimo non deve sapere	»	235
Bibliografia	»	236

Premessa

di Giangiacomo Gerla

Riuniamo in questo libro gli interventi al Convegno di Salerno del 2010 “*Logica, linguaggio e didattica della matematica*” che segue un primo convegno “*Logica matematica, costruzione dei concetti e processi socio-cognitivi*” (Salerno, 2008), ed un secondo convegno “*Quale Logica per la Didattica*” (Verona, 2009) su tema analogo. Come si evince dai titoli, tale tema riguarda principalmente il rapporto tra didattica della matematica e logica: rapporto problematico che spesso ha visto e vede fronti contrapposti.

Da un lato ci sono coloro che ritengono la logica matematica uno strumento sterile che si intristisce nella propria esigenza di rigore soffocando la dimensione della fantasia e dell’immaginazione. Uno strumento utile al più alla verifica della correttezza di una dimostrazione e non certo all’invenzione ed alla scoperta. Critica questa che ha un padre nobile, Cartesio, quando afferma nel suo *Discorso sul Metodo*,

Quanto alla logica, i suoi sillogismi e la maggioranza dei suoi altri precetti sono utili piuttosto per la comunicazione di quanto già conosciamo . . . piuttosto che per l’investigazione di ciò che ci è sconosciuto.

Che ci piaccia oppure no la maggior parte dei colleghi di matematica la pensano in questo modo (si veda l’interessante articolo di G. Lolli “*Why mathematicians do not love logic*”, Workshop su “Linguaggio, verità e storia in matematica”, Mussomeli (CL), 9 febbraio 2008). Applicato alla didattica, questo punto di vista si traduce nel suggerimento che sia meglio evitare la logica visto che l’insegnamento della matematica non può certo essere ridotto a comunicazione di risultati e, nella migliore delle ipotesi, a relativa giustificazione.

D’altro lato si collocano gli amanti della logica, tra cui metto me stesso,

che spesso cadono nella tentazione di vedere in essa lo strumento principe di tutta la matematica con la scusa che la logica è nata con la speranza di dare ad essa fondamenta sicure. A parte qualche problemino per queste fondamenta sicure, si dimentica che il fenomeno matematica non si esaurisce certamente nella dimensione “rigore”, “precisione” e cose simili.

Ovviamente gli autori di questo volume si collocano tra le persone che ritengono ci sia una forte potenzialità della logica nell’ambito della didattica. Si rimanda ai singoli articoli per vedere come ciascuno abbia esplorato tali potenzialità. In ogni caso è evidente che il ruolo della logica dipende largamente da cosa i logici intendono per logica. Infatti se si accetta una definizione ampia della logica come riflessione e studio dei processi inferenziali (non necessariamente in ambito matematico) che non esclude lo studio dei meccanismi di invenzione di dimostrazioni, allora la logica acquisisce lo spazio che gli compete nell’ambito della didattica. Se invece si ritiene la logica solo strumento per la fondazione della matematica (non che sia poco!), allora appare evidente che essa non può lontanamente competere con un bel laboratorio di attività in geometria euclidea o in aritmetica. Nella prima ipotesi acquisisce importanza anche lo studio di frammenti della logica (come la logica monadica, la programmazione logica, le riduzioni a forma normale), la ricerca per formalizzazioni “naturali” della logica. Ancora acquisisce importanza l’idea del linguaggio come artefatto che non serve solo a comunicare contenuti matematici ma che sia elemento costitutivo della matematica stessa.

Chiudo ringraziando tutti quelli che hanno contribuito a questo libro ed, in particolare, le dottoresse Cristina Coppola e Tiziana Pacelli per la passione che hanno messo in questa impresa e per il grande lavoro editoriale senza il quale non si sarebbe arrivati alla conclusione.

Giangiaco Gerla

Salerno 10 novembre 2011

Processi cognitivi e rappresentazioni semiotiche: indagine preliminare

di *Giovannina Albano*¹, *Cristina Coppola*, *Tiziana Pacelli*², *Lucio Vecchio*³

1. Introduzione

Una delle questioni di maggior rilievo nella ricerca in educazione matematica riguarda il linguaggio. Il linguaggio, artefatto culturale per eccellenza (Vygotskij, 1934), gioca un ruolo fondamentale nei processi di apprendimento e nelle pratiche di classe, come ampiamente riconosciuto in letteratura (Sfard, 2001).

Una gran parte dei fallimenti degli studenti può essere attribuita a problemi linguistici (Ferrari, 2004). In accordo con Duval (2006), per capire le difficoltà di comprensione che molti studenti incontrano nelle attività matematiche è necessario un approccio cognitivo: è importante investigare quali sono le caratteristiche che soggiacciono alla diversità dei processi matematici. L'attività matematica è caratterizzata da una dominante importanza delle rappresentazioni semiotiche e dalla loro grande varietà. Secondo Duval la comprensione in matematica presuppone il coordinamento di almeno due registri di rappresentazione semiotica. Tale coordinamento non è naturale negli studenti.

D'altra parte la necessità di dare importanza a questi aspetti emerge anche dal quadro di riferimento delle prove INVALSI in cui, tra i processi cognitivi da valutare troviamo:

«Conoscere e utilizzare diverse forme di rappresentazione e saper passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, tabellare,...)».

¹ Dipartimento di Ingegneria Elettronica e Ingegneria Informatica, Università degli Studi di Salerno.

² Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Salerno.

³ Liceo Scientifico "G. da Procida" (Salerno)

Presentiamo i risultati di una nostra indagine preliminare relativi a prove, svolte da studenti di scuola secondaria superiore, riguardanti la conversione da un sistema semiotico ad un altro. Dai primi risultati sembrano emergere alcune difficoltà in particolare quando nelle conversioni è coinvolta la componente verbale. L'analisi di questi risultati è un punto di partenza per la progettazione di attività didattiche, in collaborazione con i docenti delle scuole, riguardanti il coordinamento tra sistemi semiotici.

2. Riferimenti teorici

Il nostro quadro di riferimento teorico va ad attingere agli studi di R. Duval (1995) e P.L. Ferrari (2004) che, da punti di vista diversi, ma alla fine collegati, hanno studiato l'origine delle difficoltà specifiche della matematica.

Duval ha cercato di analizzare l'uso di rappresentazioni semiotiche in matematica, presenti in grande varietà e di fondamentale importanza. In particolare, si è soffermato sull'analisi delle relazioni esistenti tra rappresentazioni e funzionamento cognitivo, individuando una diversità di processi di apprendimento da cui scaturiscono le difficoltà. Duval sostiene che i processi di costruzione della conoscenza sono strettamente legati ai processi di rappresentazione: non c'è *noesis* senza *semiosis*. D'altra parte è evidente che l'accesso stesso agli oggetti matematici, nonché la loro manipolazione, sono vincolati alla possibilità ed al modo di rappresentarli.

Duval individua due attività fondamentali riguardanti le rappresentazioni semiotiche:

- il *trattamento*: consiste in trasformazioni sulle rappresentazioni all'interno di uno stesso sistema semiotico (ad esempio, il calcolo algebrico, le riconfigurazioni figurali, ecc.);
- la *conversione*: consiste nel passaggio da una rappresentazione in un sistema semiotico ad una in un altro sistema semiotico, senza cambiare l'oggetto (ad esempio, il passaggio dall'espressione algebrica di una funzione al suo grafico, il passaggio da una tabella a un istogramma, ecc.).

I trattamenti che possono essere effettuati dipendono dal sistema semiotico di rappresentazione usato. La conversione, dal punto di vista matematico, ha il solo scopo di scegliere un sistema semiotico in cui il trattamento possa risultare più efficiente, e non può essere ridotta essa stessa ad un trattamento. Dal punto di vista cognitivo, invece, la conversione porta alla comprensione dei meccanismi soggiacenti. Inoltre due rappresentazioni di-

stinte di uno stesso oggetto non hanno lo stesso contenuto. Per questo motivo, il coordinamento dei sistemi semiotici, ovvero la capacità di gestire in modo veloce e flessibile più rappresentazioni di uno stesso concetto, è per Duval condizione necessaria per raggiungere la capacità di non identificare un concetto con una delle sue rappresentazioni. Tale capacità è fondamentale per migliorare la comprensione in matematica.

Per quanto riguarda P.L. Ferrari, numerosi suoi studi hanno evidenziato che le difficoltà degli studenti non sono solo legate all'uso dei simboli, tipico della matematica, ma anche e soprattutto esse possono essere riscontrate quando si fa uso di rappresentazioni figurali e di rappresentazioni verbali. Secondo Ferrari, un'ampia classe di difficoltà può essere ricondotta alla incapacità degli studenti di riconoscere i due modi di usare il linguaggio (matematico e quotidiano) e di passare opportunamente dall'uno all'altro. Egli ritiene che il linguaggio matematico abbia molte caratteristiche in comune con i registri⁴ quotidiani colti scritti⁵, come, ad esempio, coerenza dei testi, significato espresso esplicitamente attraverso la sintassi (ad es. l'ordine di due frasi indica l'ordine temporale con cui sono avvenuti i due eventi espressi dalle due frasi), uso accurato delle parole, esplicitazione del contesto, che si rendono necessarie per poter comunicare informazioni più o meno complesse a persone che non condividono il contesto. La familiarità con i registri quotidiani colti scritti e con il loro uso è quindi vista come prerequisito per l'apprendimento della matematica.

Sia Duval, per il coordinamento dei sistemi semiotici, sia Ferrari, per la competenza linguistica e figurale, riconoscono la necessità di un intervento didattico per arrivare a superare le difficoltà individuate. In entrambi i casi, gli autori sottolineano che le capacità richieste non sono "innate" né "spontanee", ma vanno "educate". Questa sottolineatura non è banale, dal momento che spesso gli insegnanti, per convinzioni proprie unitamente ai vincoli imposti dalle programmazioni scolastiche, sono portati a dare per scontate proprio queste competenze. Ed è proprio su questo che si focalizza il progetto che descriviamo di seguito.

⁴ Intesi come varietà linguistiche basate sull'uso.

⁵ I registri colti (o evoluti) sono quelli utilizzati nella comunicazione scientifica, giuridica, politica, letteraria, in buona parte della narrativa, molto spesso nelle conversazioni fra persone istruite ecc..

3. L'esperimento

Dall'anno scolastico 2007/08 ogni anno vengono fissati dal Ministro della Pubblica Istruzione gli obiettivi della valutazione esterna del sistema scolastico e dei livelli di apprendimento degli studenti (Art. 1, c. 5, Legge 25 ottobre 2007, n. 176). La valutazione, condotta dal Servizio Nazionale di Valutazione, viene effettuata tramite la somministrazione periodica di test standardizzati nazionali (Prove INVALSI⁶) che verifichino conoscenze e abilità degli studenti. Le discipline valutate sono Italiano e Matematica. Le classi coinvolte sono la seconda e quinta della scuola primaria, prima e terza della scuola secondaria di I grado e seconda della secondaria di II grado.

Le Prove INVALSI sono ogni anno al centro di infinite polemiche. Alcuni docenti, ad esempio, vedono le prove come una "imposizione" dall'esterno di un Istituto lontano dalla realtà scolastica. Nonostante ci siano dei limiti anche in una valutazione effettuata dall'insegnante all'interno di una classe,

Se una valutazione non è fatta dall'insegnante di classe, ma dall'esterno, questi limiti cadono, ma si aprono nuove possibili (ma quasi certe) complicazioni: smarrimento dello studente che non riconosce le metodologie usuali incapacità di gestire situazioni non abituali scontro con un linguaggio non usuale non riconoscimento degli obiettivi della valutazione non riconoscimento del senso delle richieste incongruenza tra gli apprendimenti raggiunti e la richiesta. (Fandiño Pinilla)

Altre contestazioni riguardano la metodologia. Le prove sono costituite prevalentemente da test a risposta multipla. Solo in alcuni casi è richiesto di giustificare la risposta. L'apprendimento è un processo complesso condizionato da vari fattori, anche culturali (Zan, 2007; Vygotskij, 1934; Bartolini Bussi e Mariotti, 2009) e sorge spontaneo chiedersi se sia lecito valutare il livello di apprendimento degli studenti tramite questa tipologia di prove. Senza entrare nel merito delle polemiche è importante sottolineare che i risultati derivanti da prove di questo tipo potrebbero rappresentare un punto di partenza per discutere e riflettere su come sia possibile migliorare la didattica.

Bisogna stare attenti, però, a non far diventare i test una valutazione dello studente, sostitutiva a quella fatta dal docente, e soprattutto a non trasformarli in uno strumento per valutare l'operato del singolo docente.

Le preoccupazioni legate alla paura della valutazione spingono i docenti a dedicare molte ore alla preparazione degli studenti alla risoluzione di tali

⁶ Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema Educativo di Istruzione e di Formazione.

prove. Il rischio che si corre è quello di ridurre la preparazione ad un vero e proprio “addestramento” degli studenti. Ed è esattamente questo addestramento che lo stesso INVALSI vuole evitare, come possiamo leggere nel Quadro di Riferimento di Matematica: «Sarebbe [...]un danno per l’insegnamento e la Scuola se la prospettiva di queste prove dovesse tradursi nella preoccupazione di addestrare gli allievi ad affrontare tipologie valutative simili, limitandosi ad imitarne la forma nelle prove di verifica svolte in classe nel corso dell’anno, senza invece curare la effettiva crescita di quel retroterra cognitivo e culturale di cui le prove INVALSI dovrebbero, al contrario, rilevare e valutare l’esistenza, per stimolarne poi lo sviluppo e la crescita...».

Le prove INVALSI relative alla matematica consistono di quesiti costruiti in relazioni a due dimensioni: 1) *i contenuti matematici*: Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Misure, Dati e previsioni; 2) *i processi coinvolti* nel lavoro matematico e nella risoluzione di problemi.

Come abbiamo anticipato nell’introduzione, tra i processi che nel Quadro di Riferimento si ritengono possano essere valutati attraverso le prove INVALSI, individuiamo in particolare:

conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica,...).

Per rispondere ad alcune delle prove presenti nei test INVALSI un requisito fondamentale è dunque il coordinamento tra diversi sistemi semiotici, come possiamo osservare ad esempio nella Fig.1 (Bolondi, Garuti e Orlandoni, 2010).

<p>02. In quale di queste sequenze i numeri sono ordinati dal più piccolo al più grande?</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><input type="checkbox"/> A.</td> <td>$\frac{1}{100}$</td> <td>0,125</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>0,65</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> B.</td> <td>0,125</td> <td>$\frac{1}{100}$</td> <td>0,65</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> C.</td> <td>0,65</td> <td>0,125</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>$\frac{1}{100}$</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/> D.</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>$\frac{1}{100}$</td> <td>0,65</td> <td>0,125</td> </tr> </table>	<input type="checkbox"/> A.	$\frac{1}{100}$	0,125	$\frac{1}{3}$	0,65	<input type="checkbox"/> B.	0,125	$\frac{1}{100}$	0,65	$\frac{1}{3}$	<input type="checkbox"/> C.	0,65	0,125	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{100}$	<input type="checkbox"/> D.	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{100}$	0,65	0,125	<p>Risposta corretta A</p> <p>Lo studente deve confrontare fra loro numeri razionali scritti in forma decimale e frazionaria. I distrattori fanno riferimento alle tipologie di errori più diffuse.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: Utilizzare frazioni equivalenti e numeri decimali per denotare uno stesso numero razionale in diversi modi, essendo consapevoli di vantaggi e svan-</i></p>	<p>AMBITO: Numeri</p> <p>COMPITO: Confrontare numeri razionali espressi in forme diverse</p> <p>OGGETTO DI VALUTAZIONE: Numeri razionali</p> <p>PROCESSO COGNITIVO: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)</p>
<input type="checkbox"/> A.	$\frac{1}{100}$	0,125	$\frac{1}{3}$	0,65																		
<input type="checkbox"/> B.	0,125	$\frac{1}{100}$	0,65	$\frac{1}{3}$																		
<input type="checkbox"/> C.	0,65	0,125	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{100}$																		
<input type="checkbox"/> D.	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{100}$	0,65	0,125																		

Fig. 1

Si tratta di una domanda riguardante i Numeri in cui è chiesto allo studente di confrontare numeri razionali espressi in forme diverse.

La necessità di educare gli studenti a far pratica di traduzione da un sistema semiotico ad un altro ci ha spinto a progettare percorsi di attività didattiche basate sul coordinamento di rappresentazioni semiotiche, in colla-