

**Eleonora Pierucci**

**INTERNATIONAL  
RISK-SHARING**

**Teoria, metodi  
ed evidenza empirica**

**FrancoAngeli**

## Informazioni per il lettore

Questo file PDF è una versione gratuita di sole 20 pagine ed è leggibile con



La versione completa dell'e-book (a pagamento) è leggibile con Adobe Digital Editions. Per tutte le informazioni sulle condizioni dei nostri e-book (con quali dispositivi leggerli e quali funzioni sono consentite) consulta [cliccando qui](#) le nostre F.A.Q.





I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati possono consultare il nostro sito Internet: [www.francoangeli.it](http://www.francoangeli.it) e iscriversi nella home page al servizio “Informatemi” per ricevere via e.mail le segnalazioni delle novità.

**Eleonora Pierucci**

**INTERNATIONAL  
RISK-SHARING**

**Teoria, metodi  
ed evidenza empirica**

**FrancoAngeli**

Copyright © 2015 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy.

*L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore. L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito [www.francoangeli.it](http://www.francoangeli.it).*

# Indice

<b>Introduzione</b>	pag.	7
<b>1. <i>International risk-sharing</i>: fondamenti teorici e letteratura empirica</b>	»	9
1. Introduzione	»	9
2. Quadro teorico di riferimento	»	11
2.1 Modello ad un paese	»	12
2.2 Modello globale	»	17
3. Le predizioni empiriche del modello teorico	»	21
4. Calcolo e dimensione dei benefici della completa diversificazione del rischio: i <i>welfare gains</i>	»	24
5. Test empirici di <i>risk-sharing</i>	»	27
5.1 L'approccio basato sullo studio delle correlazioni: uno sguardo d'insieme	»	29
5.2 L'approccio dei test di regressione	»	33
6. Canali di distribuzione e test per il <i>risk-sharing</i> internazionale	»	39
7. Integrazione finanziaria e <i>risk-sharing</i>	»	48
8. Osservazioni conclusive	»	53
<b>2. Questioni metodologiche</b>	»	55
1. Introduzione	»	55

2. Misurare il <i>risk-sharing</i> tramite test di regressione: questioni metodologiche	pag.	56
2.1 La decomposizione del reddito in componenti aggregate ed idiosincratice	»	57
2.2 Risposte asimmetriche del consumo agli shock sul reddito	»	60
2.3 Test di <i>risk-pooling</i> e rilevanza comparata del rischio aggregato e del rischio idiosincratice	»	64
3. Paesi dell'OCSE e questioni metodologiche sui test di <i>consumption insurance</i> : evidenza empirica	»	67
4. Osservazioni conclusive	»	88
<b>3. <i>Risk-sharing</i> nel breve e nel lungo periodo</b>	»	93
1. Introduzione	»	93
2. Test di regressione di <i>risk-sharing</i> di lungo periodo: il modello teorico	»	95
3. L'analisi empirica	»	98
3.1 Dati	»	98
3.2 Test di integrazione	»	98
3.3 Analisi di co-integrazione	»	102
4. Osservazioni conclusive	»	132
<b>Riferimenti bibliografici</b>	»	133

## Introduzione

Il processo di integrazione economica e finanziaria dei mercati, risultato della globalizzazione, ha generato un rinnovato interesse degli economisti verso il tema della diversificazione internazionale del rischio (*international risk-sharing*). A stimolare questo interesse interviene anche la nascita dell'Unione Monetaria Europea alla fine degli anni Novanta che costituisce un *case study* unico degli effetti dell'integrazione finanziaria sul grado di assicurazione del rischio realizzabile dagli Stati.

Gli economisti sono interessati alle reazioni dell'economia ad eventi inaspettati e, in particolar modo, agli *shock* che colpiscono la produzione nazionale (reddito). La situazione di piena assicurazione – *full risk-sharing* – è desiderabile poiché consente agli agenti economici – gli Stati – di distribuire uniformemente i propri consumi nel tempo e tra stati di natura, risultando così immuni dalle variazioni (*shock*) del reddito. Pertanto, gli agenti economici, sotto l'ipotesi di completezza dei mercati, sono in grado di assicurarsi contro gli *shock* idiosincratici e devono fronteggiare solamente il rischio sistemico che è, per sua natura, non assicurabile.

I mezzi di cui gli agenti economici dispongono per poter assicurare il proprio reddito ed i propri consumi includono l'acquisto di *asset* con rendimento contingente all'evento (stato di natura) che si verifica (*state contingent payoff*), i quali saranno elevati nel caso di eventi "negativi". Di solito, questo tipo di *asset* comprende assicurazioni mediche o detenzione di moneta a scopo precauzionale o titoli finanziari.

Il presente volume, oltre a richiamare i fondamenti della teoria economica sulla diversificazione del rischio, raccoglie e sistematizza la letteratura internazionale più rilevante sul tema; ne analizza strumenti, metodi e test evidenziandone i limiti; sintetizza possibili innovazioni di carattere metodologico; evidenzia, infine, i tratti salienti del dibattito sulle conseguenze della globalizzazione, nella fattispecie dell'integrazione finanziaria, sul *risk-sharing*. Con riferimento a quest'ultimo aspetto, e più in generale alla questione degli effetti della globalizzazione, si darà conto della più recente

letteratura economica, la quale ha messo in discussione la possibilità di benefici in termini di *risk-sharing* sino a teorizzare la non desiderabilità della piena integrazione dei mercati finanziari.

Il volume è organizzato come segue. Nel primo capitolo si richiamerà la teoria economica e si fornirà al lettore una rassegna sistematica della letteratura più rilevante sul tema, con particolare attenzione ai contributi empirici. Gli approcci teorici principali alla diversificazione del rischio si fondano rispettivamente sulla teoria del consumo e sulle scelte di portafoglio. Nell'ambito del presente lavoro prenderemo in considerazione il filone della letteratura che ha le sue fondamenta nella teoria del consumo e, nell'ambito di tale approccio teorico, verrà sistematizzata la letteratura empirica sui test di regressione (*regression test*), pur dando conto sinteticamente dell'alternativo approccio *correlation based*.

Nel secondo capitolo si affronteranno due questioni metodologiche di rilievo nell'ambito dei *regression test*. La prima attiene alla decomposizione della variabile di *shock* (tipicamente le variazioni di reddito) nelle componenti idiosincratice ed aggregata laddove la prassi consolidata non garantisce l'ortogonalità tra le due componenti generando così il rischio distorsione delle stime da variabile rilevante omessa. Il secondo aspetto riguarda la possibile asimmetria nella risposta dei consumi agli *shock* sul reddito. Nella pratica corrente, infatti, nella formulazione dei test di *risk-sharing*, si assume che i consumi reagiscano in egual modo a *shock* positivi ed a *shock* negativi; tuttavia questa ipotesi estremamente restrittiva può di fatto portare a conclusioni errate circa la presenza ed il livello di assicurazione del rischio.

Nel terzo ed ultimo capitolo si affronterà la questione del *risk-sharing*, nella duplice prospettiva di breve e lungo periodo, tramite analisi di cointegrazione. In tale contesto empirico si potrà altresì richiamare e contribuire all'analisi degli effetti della integrazione finanziaria sul livello di diversificazione del rischio idiosincratice.

Il volume in sintesi, affronta una tematica di estrema attualità nell'ambito dell'economia internazionale, la quale contiene al suo interno due dei maggiori *puzzle* dell'economia internazionale: l'*equity home bias puzzle* di French e Poterba, ed il *consumption correlations puzzle* di Bakus, Kehoe e Kydland, i quali verranno soprannominati da Sørensen *et al.* (2007) come "twin puzzles separated at birth".

# 1. International risk-sharing: *fondamenti teorici e letteratura empirica*

## 1. Introduzione

Lo scopo del presente capitolo è quello fornire al lettore gli elementi dell'apparato teorico di riferimento del *risk-sharing* internazionale, con le annesse predizioni economiche empiricamente verificabili, e di passare in rassegna la letteratura empirica sul tema. Nello specifico, si esaminerà quel filone della letteratura teoricamente fondato sulla teoria del consumo ed empiricamente basato sui test di regressione di piena assicurazione (*regression based approach*). Nell'ambito dell'esame del suddetto filone di letteratura, verranno affrontati anche l'attuale dibattito sugli effetti dell'integrazione economica sulla diversificazione internazionale del rischio e verranno richiamate le questioni relative alla valutazione dei benefici sociali derivanti dal *risk-sharing*.<sup>1</sup>

La teoria economica prevede che, nell'ipotesi di completezza dei mercati, gli agenti economici (i paesi, in contesto macroeconomico) siano in grado di diversificare completamente il rischio idiosincratco (specifico) rimanendo così affetti da rischio sistemico (non assicurabile). Pertanto, gli agenti economici risultano essere in grado di controbilanciare gli effetti sul consumo degli shock sul reddito, redistribuendo perfettamente i consumi nel tempo e tra stati di natura. Tuttavia, tale predizione teorica difficilmente trova riscontro empirico per diverse ragioni, quali la non separabilità tra consumo e tempo libero, la limitata apertura dei mercati, i costi di transazione, le asimmetrie informative ed il rischio sovrano.

<sup>1</sup> Nel prosieguo si utilizzeranno in maniera equivalente le espressioni *consumption insurance*, *risk-sharing* e diversificazione del rischio.

Nel momento in cui l'ipotesi di completezza dei mercati è rifiutata, nell'ambito del modello teorico sopra menzionato, non è possibile raggiungere alcuna conclusione riguardo al livello di diversificazione (assicurazione) ottenuto (i.e. il set di ipotesi è  $H_0$ : c'è perfetta diversificazione del rischio – *full risk-sharing* –;  $H_1$ : non c'è perfetta diversificazione). Ad ogni modo, da un punto di vista meramente empirico, il livello di assicurazione (*risk-sharing*) raggiunto dall'agente economico rappresentativo può essere misurato dal grado di correlazione tra il consumo ed il reddito. Infatti, in presenza di *full risk-sharing*, il consumo individuale dovrebbe essere completamente indipendente dal reddito individuale: correlazioni positive tra i due sono empiricamente interpretate come misura della frazione di rischio idiosincratico non assicurato.

I test di regressione di completa assicurazione sono stati inizialmente introdotti in contesto microeconomico per verificare l'ipotesi di *full risk-sharing* su campioni di famiglie (Mace, 1991 e Cochrane, 1991), mentre, a partire dai contributi di Obstfeld (1994) e Lewis (1996b e 1997) i suddetti test sono stati ampiamente utilizzati su dati macroeconomici (dati internazionali ed intra-nazionali). Nonostante l'ipotesi di *full risk-sharing* non sia riscontrabile empiricamente, il rischio idiosincratico risulta essere meglio assicurato a livello intra-nazionale piuttosto che internazionale. Una possibile spiegazione di tale risultato può essere ricercata nell'assenza del sistema fiscale come canale di *smoothing* a livello internazionale, la cui particolare rilevanza è stata portata alla luce per la prima volta dal lavoro di Sachs e Sala-i-Martin (1992), i quali aprono una nuova linea di ricerca nell'ambito della letteratura sul *risk-sharing* incentrata sullo studio dei canali tramite i quali il reddito ed il consumo vengono assicurati. Tale linea di ricerca si sviluppa in diverse direzioni quali: l'analisi del ruolo giocato da alcuni aspetti geografici sui vari canali di assorbimento degli shock (*channels of smoothing*); l'analisi della diversa rilevanza dei canali di *smoothing* in diverse regioni del mondo e l'analisi del canale relativo ai mercati finanziari. Con riferimento a quest'ultimo aspetto, negli ultimi due decenni, si è registrato un rinnovato interesse della letteratura economica sulla diversificazione internazionale del rischio dovuto all'accresciuta integrazione finanziaria che consegue al processo di globalizzazione in atto. Infatti, quanto più i mercati si integrano, quanto più ci si avvicina all'ipotesi di mercati completi e le opportunità di assicurazione per gli agenti economici risulteranno ampliate. Inoltre, la nascita dell'Unione Monetaria Europea (UME), con l'entrata in circolazione della moneta unica (Euro), ha determinato un caso di studio unico che si presta perfettamente all'analisi empirica degli effetti dell'integrazione economica e finanziaria sul *risk-sharing* internazionale.

Nel paragrafo 2 presenteremo il modello teorico di riferimento, mentre le relative predizioni empiriche verranno trattate nel paragrafo 3; nel paragrafo 4 si affronterà la questione della misurazione dei benefici in termini di welfare derivanti dalla diversificazione del rischio; il paragrafo 5 passerà in rassegna i lavori fondanti degli approcci empirici basati sullo studio delle correlazioni e sui test di regressione; il paragrafo 6 si concentrerà sui canali tramite i quali il rischio viene diversificato, mentre nella sezione 7 riporteremo il dibattito attuale sugli effetti dell'integrazione finanziaria sul *risk-sharing*. Nel paragrafo 8 tratteremo una sintesi conclusiva del presente capitolo.

## 2. Quadro teorico di riferimento

Gli economisti sono interessati alle reazioni dell'economia a eventi inaspettati e, in particolar modo, agli shock che colpiscono la produzione nazionale (reddito). Un'ipotesi semplificatrice preliminare, in tale contesto, è quella per cui gli agenti risultano avere sufficiente capacità previsionale che permette loro di proteggersi rispetto alle evenienze future. A tal scopo i mezzi di cui gli agenti economici dispongono includono l'acquisto di *asset* con rendimento contingente all'evento (stato di natura) che si verifica (*state contingent payoff*), i quali saranno elevati nel caso di eventi "negativi". Di solito, questo tipo di *asset* comprende assicurazioni mediche o detenzione di moneta a scopo precauzionale o titoli finanziari. Il valore di mercato di questi *asset* sarà influenzato dall'effettivo livello di garanzia che è offerto agli agenti.

Un esempio di come gli agenti possono assicurarsi contro gli shock di produzione si può ricavare da una situazione in cui l'agente rappresentativo affronta l'incertezza sul prodotto interno lordo (PIL) futuro e acquista un'assicurazione sul mercato internazionale che gli garantisca un certo livello di reddito (per esempio l'agente desidera assicurarsi un determinato livello di reddito e di consumo). All'eventualità di una riduzione della produzione nazionale, l'agente economico vedrà corrispondersi un flusso di reddito in entrata determinato dal piano assicurativo acquistato prima dell'occorrenza negativa. In tal modo, il consumo e il reddito dell'agente rappresentativo non subiranno gli effetti negativi del crollo della produzione nazionale: il collegamento tra gli shock sulla produzione nazionale, il reddito e il consumo dell'individuo s'interrompe grazie alla presenza del mercato internazionale di *asset* rischiosi.

È bene notare come l'assunzione di completezza dei mercati, implichi l'esistenza di un mercato per qualsiasi tipo di rischio, i.e. paradigma di Ar-

row e Debreu (AD)<sup>2</sup>. Infatti, la violazione di tale assunzione non permette ad un paese (o equivalentemente ad un agente rappresentativo) di assicurarsi completamente dal rischio idiosincratico. In altre parole, la piena assicurazione è una conseguenza della completezza dei mercati. Pertanto, sotto il paradigma di AD il rischio è allocato allo stesso modo di qualunque altra merce.

In questo paragrafo, seguendo Obstfeld e Rogoff (1996), si procederà a sintetizzare il modello teorico di riferimento sulle scelte di consumo in condizioni di incertezza partendo da un modello valido per un solo piccolo paese (paragrafo 2.1), estendendo, poi, l'analisi ad un modello globale che include paesi nazionali e stranieri (paragrafo 2.2). Il passo successivo consisterà nel derivare dalle predizioni del modello le implicazioni empiricamente testabili.

## 2.1 Modello ad un paese

Si ipotizzi l'esistenza di 2 stati di natura casuali, di un solo bene commerciabile, e che sia possibile spostare consumo nel tempo e tra stati di natura tramite l'acquisto di piani di assicurazione dei consumi. Supponiamo quindi di avere un'economia con due soli periodi (1 e 2) ed un unico bene commerciabile. Al periodo 2 solamente due eventi casuali sono possibili (determinati da una specifica distribuzione di probabilità). La popolazione è costante e normalizzata a 1. Nel periodo 1 il reddito è pari a  $Y_1$  (alla data di partenza gli *asset* netti sono pari a zero) e il corrispondente livello di consumo sarà pari a  $C_1$ . La produzione nel periodo futuro 2 è incerta. Solo due stati di natura  $s$  sono possibili ( $s=a,b$ ) così che il reddito alla data 2 dipende dallo stato di natura che si verifica:  $Y_2(s)$ . La migliore cosa che l'agente rappresentativo può fare è quella di scegliere dei piani di consumo condizionati visto che il consumo nel periodo 2 dipende da  $s$ . L'utilità attesa per tutti i periodi (*lifetime*) sarà:

$$U_1 = u(C_1) + \pi(a)\beta u[C_2(a)] + \pi(b)\beta u[C_2(b)] \quad (1.1)$$

Dove  $\pi(s)$  è la probabilità che si verifichi lo stato di natura  $s=a,b$ . Perciò  $\pi(a) + \pi(b) = 1$ .

<sup>2</sup> Arrow (1964) e Debreu (1959).

Un titolo AD paga 1 se si verifica lo stato di natura  $s$  e zero altrimenti e si assume che esista un mercato competitivo di titoli AD per ogni stato di natura  $s$  che si verifica. Ovviamente, gli agenti prendono in prestito e prestano denaro (si tratta, dunque, di *asset* non-condizionati), ma ciò non aggiunge nulla alle opportunità di commercio, perché è possibile commerciare un *set* completo di titoli AD. A ben vedere una critica che si può muovere nei confronti di questo tipo di titoli è che essi non esistono nella realtà e che non sono commerciati in alcun mercato. Tuttavia, tutti gli *asset* hanno *payoffs* condizionati allo stato di natura che si verifica ed il commercio ripetuto di titoli come le azioni di fatto replica l'allocazione generata dal commercio di un *set* completo di titoli AD

Gli *asset* accumulati in un unico paese nel periodo 1 saranno:

$$\frac{p(a)}{1+r} B_2(a) + \frac{p(b)}{1+r} B_2(b) = Y_1 - C_1 \quad (1.2)$$

dove  $B_2(s)$  è l'acquisto di titoli AD che si ha tra i periodi 1 e 2, prima della risoluzione dell'incertezza,  $p(s)/(1+r)$  è il prezzo a livello mondiale (in termini di consumo al periodo 1) di un titolo AD che rende una unità di produzione nello stato di natura  $s$  per  $s=a,b$ . In altre parole, l'agente, che massimizza, acquista titoli che gli permettano di ottenere al periodo 2 un'unità di output: il prezzo di tali titoli si forma sul mercato e viene considerato come esogeno dal singolo paese (singolo agente massimizzante).

Questo vuole dire che, considerando la dotazione disponibile al periodo 1, l'agente sta acquistando un ammontare di *asset* che gli permette di proteggere il proprio reddito (e consumo) nel periodo 2 quando si verificano certi eventi (stati di natura).

Alla data 2 lo stato di natura è osservabile e l'agente rappresentativo è capace di consumare la sua dotazione più il rendimento che deriva dal suo *asset* condizionato allo stato di natura  $s$ :

$$C_2(s) = Y_2(s) + B_2(s) \quad s=a,b \quad (1.3)$$

Il vincolo di bilancio intertemporale dell'agente rappresentativo è:

$$C_1 + \frac{p(a)C_2(a) + p(b)C_2(b)}{1+r} = Y_1 + \frac{p(a)Y_2(a) + p(b)Y_2(b)}{1+r} \quad (1.4)$$

I valori attuali di consumo e reddito (incerto) devono essere uguali, il consumo può essere distribuito nel tempo e tra stati di natura tramite il mercato dei capitali.

Il problema di ottimizzazione del paese (identificato con l'agente – abitante – rappresentativo) consiste nel massimizzare l'utilità attesa soggetta al vincolo di bilancio intertemporale: operativamente, ciò equivale ad esprimere i livelli di consumo come funzioni di scelta degli *asset* e massimizzare l'utilità non vincolata.

Dall'equazione (2) si ottiene:

$$C_1 = Y_1 - \frac{p(a)}{1+r} B_2(a) - \frac{p(b)}{1+r} B_2(b) \quad (1.5)$$

Il consumo nel periodo 1 uguaglia la dotazione esogena al netto dei costi da sostenere per l'acquisto degli *asset*  $a$  e  $b$ . Dall'equazione (1.3) si ricava che il consumo nel periodo 2 dipende dallo stato di natura che si verifica con probabilità  $\pi(s)$ . Il problema di massimizzazione che ne risulta è:

$$\max_{B_2(a), B_2(b)} U_1 = u \left[ Y_1 - \frac{p(a)}{1+r} B_2(a) - \frac{p(b)}{1+r} B_2(b) \right] + \sum_{s=1}^2 \pi(s) \beta u [Y_2(s) + B_2(s)] \quad (1.6)$$

F.O.C:

$$\frac{p(s)}{1+r} u'(C_1) = \pi(s) \beta u'[C_2(s)] \quad s = a, b \quad (1.7)$$

Il costo d'acquisto dei titoli AD per lo stato di natura  $s$  (in termini di utilità marginale) è uguale al beneficio atteso scontato dall'aver un'unità supplementare del consumo al periodo 2 quando si verifica lo stato di natura  $s$ .

Dalla (1.7) si ottiene che il tasso marginale di sostituzione tra il consumo nel periodo 1 ed il consumo nel periodo 2 risulta uguale al prezzo relativo dei due *asset*.

L'equazione di Eulero sarà:

$$[p(a) + p(b)] u'(C_1) = (1+r) \{ \pi(1) \beta u'[C_2(a)] + \pi(2) \beta u'[C_2(b)] \} \quad (1.8)$$

Il portafoglio costruito è composto da due *asset*, uno con un *payoff* di 1 se si verifica lo stato di natura  $a$  e zero altrimenti; l'altro con un *payoff* pari

a 1 se si verifica lo stato di natura  $b$  e zero altrimenti. Se l'agente acquista  $(1+r)$  unità di *asset a* e  $(1+r)$  di *asset b* allora il suo portafoglio, qualsiasi sia lo stato di natura che si verifica, gli riconsegnerà  $(1+r)$  unità di produzione nel periodo 2. Ciò vuol dire che si è nella stessa situazione di quando si acquista un *bond* privo di rischio:

$$p(a) + p(b) = 1 \quad (1.9)$$

Prendendo il valore atteso dell'equazione (7) condizionata al set informativo disponibile nel periodo 1, è possibile scrivere l'equazione di Eulero stocastica come segue:

$$\frac{\beta E_1 \{u'(C_2)\}}{u'(C_1)} = \frac{1}{(1+r)} \quad (1.10)$$

Il rendimento lordo dell'investimento, per esempio, nel titolo AD che paga nello stato di natura  $a$  è  $(1+r)/p(a)$  se si verifica tale stato e 0 altrimenti. L'equazione di Eulero per l'*asset a* diviene:

$$u'(C_1) = \beta \pi(a) u'(C_2(a)) \frac{(1+r)}{p(a)}$$

ciò implica che il tasso marginale di sostituzione tra il consumo al tempo 1 e al tempo 2 uguaglia il prezzo del consumo futuro in termini del consumo al tempo 1. Il tasso marginale di sostituzione del consumo tra i due stati di natura deve essere uguale al prezzo relativo dei due titoli AD. In altre parole, i prezzi degli *asset AD* riflettono le probabilità e la relativa scarsità:

$$\frac{\pi(a) u'[C_2(a)]}{\pi(b) u'[C_2(b)]} = \frac{p(a)}{p(b)} \quad (1.11)$$

Le utilità marginali sono determinate da prezzi, la probabilità ed il tasso di sconto:

$$\frac{u'[C_2(s)]}{u'(C_1)} = \frac{p(s)}{\beta(1+r)\pi(s)} \quad (1.12)$$

pertanto, quando i prezzi degli *asset* AD sono equi:  $\frac{p(a)}{p(b)} = \frac{\pi(a)}{\pi(b)}$ , allora

$C_2(a) = C_2(b)$  ed il consumo è eguagliato in maniera ottimale in tutti gli stati di natura.

In sintesi, il consumo risulta essere distribuito nel tempo e tra stati di natura: l'agente rappresentativo è assicurato pienamente contro le future fluttuazioni di consumo.

È utile sottolineare che la funzione di utilità di un agente avverso al rischio è strettamente concava così che la massimizzazione dell'utilità attesa induce l'agente rappresentativo (massimizzante) ad acquistare un piano assicurativo che gli permetta di essere in grado di consumare lo stesso ammontare in tutti gli stati di mondo. Ciò significa che il grado di avversione al rischio gioca un ruolo cruciale nel determinare la domanda di *state contingent consumption*.

Una misura di avversione di rischio è data dalla curvatura della funzione di utilità, estraendo il logaritmo della condizione del primo ordine tra gli stati di natura (equazione 1.11), differenziando e ponendo le probabilità (che sono fisse) costanti, si ricava:

$$\begin{aligned} d \log \left[ \frac{p(a)}{p(b)} \right] &= \frac{u''[C(b)]}{u'[C(a)]} dC(a) - \frac{u''[C(b)]}{u'[C(b)]} dC(b) = \\ &= \frac{C(a)u''[C(a)]}{u'[C(a)]} d \log C(a) - \frac{C(b)u''[C(b)]}{u'[C(b)]} d \log C(b) \end{aligned} \quad (1.13)$$

dove:

$$\frac{Cu''[C]}{u'[C]} = \rho$$

Questo è il coefficiente di avversione di rischio relativa di Arrow-Pratt. Se esso è costante possiamo riscrivere l'equazione (13) come:

$$d \log \left[ \frac{C(b)}{C(a)} \right] = \frac{1}{\rho} d \log \left[ \frac{p(a)}{p(b)} \right] \quad (1.14)$$

e  $1/\rho$  è l'elasticità di sostituzione tra lo *state contingent consumption* ed il prezzo relativo dei titoli AD.

## 2.2 Modello globale

Si consideri una seconda economia: un paese straniero (denotato con un asterisco). Il modello globale permette a tutti gli individui del paese “domestico” e del paese “estero” di eguagliare i loro tassi marginali di sostituzione tra il consumo corrente e il futuro *state contingent consumption* al medesimo prezzo degli *state contingent assets*.

$$\frac{\pi(s)\beta u'[C_2(s)]}{u'(C_1)} = \frac{p(s)}{(1+r)} = \frac{\pi(s)\beta u'[C_2^*(s)]}{u'(C_1^*)}$$

$$\frac{\pi(a)u'[C_2(a)]}{\pi(b)u'[C_2(b)]} = \frac{p(a)}{p(b)}$$

Tutti i tassi marginali di sostituzione individuali – nel tempo e fra i vari stati del mondo – sono uguali, sicché non esistono potenziali guadagni derivanti dal commercio che rimangano non sfruttati, cioè si ha una situazione di ottimo Pareto.

L'equilibrio globale generale richiede:

$$C_1 + C_1^* = Y_1 + Y_1^* \quad (1.15)$$

$$C_2(s) + C_2^*(s) = Y_2(s) + Y_2^*(s) \quad (1.16)$$

La produzione mondiale sarà pari alla somma tra produzione nazionale e straniera.

$$Y^W = Y + Y^* \quad (1.17)$$

Supponiamo di avere una funzione di utilità del tipo CRRA:

$$u(C) = \frac{C^{1-\rho}}{1-\rho}$$

così che

$$u'(C) = C^{-\rho}$$

Le equazioni di Eulero per i due paesi possono essere scritte come segue:

$$C_2(s) = [\pi(s)\beta(1+r)/p(s)]^{1/\rho} C_1 \quad (1.18)$$

$$C_2^*(s) = [\pi(s)\beta(1+r)/p(s)]^{1/\rho^*} C_1^* \quad (1.19)$$

Si noti che i tassi marginali di sostituzione dei due paesi del consumo (*state contingent*) al tempo 2 in termini di consumo al tempo 1 sono funzione degli stessi termini costanti: probabilità; tasso di sconto; prezzi e coefficiente di avversione al rischio.

$$\frac{C_2(s)}{C_1} = \text{const.} \quad (1.20)$$

$$\frac{C_2^*(s)}{C_1^*} = \text{const.} \quad (1.21)$$

Eguagliando i due termini:

$$\frac{C_2(s)}{C_1} = \frac{C_2^*(s)}{C_1^*} = \text{const.} \quad (1.22)$$

Ciò significa che i tassi di crescita del consumo sono uguali tra i paesi per ogni stato di natura. Moltiplicando ambo i lati per  $C_1/C_2^*(s)$  si ricava:

$$\frac{C_2(s)}{C_2^*(s)} = \frac{C_1}{C_1^*} = \text{const.} \quad (1.23)$$

cioè il rapporto tra l'utilità marginale del paese "domestico" e del paese "estero" è costante quando i mercati assicurativi sono perfetti. Questa è una condizione necessaria per un'allocazione efficiente delle risorse: i tassi marginali di sostituzione dei due agenti rappresentativi dei due paesi che

costituiscono questa economia mondiale sono uguali, pertanto, nessun guadagno potenziale può derivare dal commercio.

Manipolando l'ultima equazione possiamo scrivere:

$$C_t(s) = \text{const} C_t^*(s) \quad (1.24)$$

Quindi, se tutti gli agenti hanno accesso agli stessi titoli AD, possiamo scrivere:

$$C_t(s) = k C_t^W(s) \quad (1.25)$$

dove W indica il consumo mondiale.

Riprendendo la condizione di equilibrio

$$C_t^W(s) = Y_t(s) + Y_t^*(s) = Y_t^W(s) \text{ si ricava che:}$$

$$\frac{C_t(s)}{Y_t^W(s)} = k \quad (1.26)$$

Le quote di consumo della produzione mondiale sono costanti. In altre parole, la quota di un paese nella produzione mondiale corrisponde alla quota di produzione mondiale del paese attuale scontata, valutata rispetto ai prezzi di equilibrio dei titoli AD. Il consumo è diversificato a livello internazionale nel senso che l'unico tipo di rischio insito nel consumo deriva dall'aggregazione dell'incertezza nella produzione mondiale (rischio sistematico). Ciò significa che questa struttura di consumo non dovrebbe essere colpita dal rischio idiosincratICO.

Per il paese domestico, il vincolo di bilancio a prezzi di equilibrio sarà:

$$\begin{aligned} Y_1 + \frac{p(a)Y_2(a) + p(b)Y_2(b)}{1+r} &= C_1 + \frac{p(a)C_2(a) + p(b)C_2(b)}{1+r} \\ &= C_1 + \sum_{s=1}^2 \frac{p(s)C_2(s)}{1+r} \\ &= k \left[ Y_1^W + \sum_{s=1}^2 \frac{p(s)Y_2^W(s)}{1+r} \right] \end{aligned}$$