

 **COLLANA  
INFORMATICA**

**NUOVA  
EDIZIONE**

**FrancoAngeli**

# **Visione computazionale**

Tecniche di ricostruzione  
tridimensionale

**Andrea Fusiello**

## Informazioni per il lettore

Questo file PDF è una versione gratuita di sole 20 pagine ed è leggibile con



La versione completa dell'e-book (a pagamento) è leggibile con Adobe Digital Editions. Per tutte le informazioni sulle condizioni dei nostri e-book (con quali dispositivi leggerli e quali funzioni sono consentite) consulta [cliccando qui](#) le nostre F.A.Q.



## **Collana di informatica – Nuova serie**

---

*diretta da* Arrigo L. Frisiani

*Comitato scientifico:*

Giovanni Adorni (Università di Genova), Luigi Benedicenti (University of Regina), Aurelio Boari (Università di Bologna), Giacomo Bucci (Università di Firenze), Virginio Cantoni (Università di Pisa), Paolo Ciancarini (Università di Bologna), Gianni Conte (Università di Parma), Paolo Corsini (Università di Pisa), Fabio Crestani (Università della Svizzera Italiana), Rita Cucchiara (Università di Modena e Reggio Emilia), Valeria De Antonellis (Università di Brescia), Gianluca Foresti (Università di Udine), Alfonso Fuggetta (Politecnico di Milano), Andrea Fusiello (Università di Verona), Salvatore Gaglio (Università di Palermo), Marco Gori (Università di Siena), Enrico Grosso (Università di Sassari), Giovanni Guida (Università di Brescia), Giuseppe Iazeolla (Università di Roma "Tor Vergata"), Sebastiano Impedovo (Università di Bari), Pieter Kritzinger (University of Cape Town), Massimo Maresca (Università di Padova), Paolo Maresca (Università di Napoli Federico II), Giuseppe Mastronardi (Politecnico di Bari), Antonino Mazzeo (Università di Napoli Federico II), Massimo Melucci (Università di Padova), Marco Mezzalama (Politecnico di Torino), Stefano Mizzaro (Università di Udine), Alfredo Petrosino (Università di Napoli "Parthenope"), Antonio Puliafito (Università di Messina), Gabriella Sanniti di Baja (CNR - Istituto di Cibernetica), Nello Scarabottolo (Università di Milano), Fabrizio Sebastiani (CNR - Istituto di Scienza e Tecnologie dell'Informazione), Giovanni Semeraro (Università di Bari), Alberto Sillitti (Libera Università di Bolzano), Giancarlo Succi (Libera Università di Bolzano), Carlo Tasso (Università di Udine), Genoveffa Tortora (Università di Salerno), Marco Vanneschi (Università di Pisa), Mario Vento (Università di Salerno), Alessandro Verri (Università di Genova), Lorenzo Vita (Università di Catania), Renato Zaccaria (Università di Genova).

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati possono consultare il nostro sito Internet: [www.francoangeli.it](http://www.francoangeli.it) e iscriversi nella home page al servizio "Informatemi" per ricevere via e-mail le segnalazioni delle novità.

 **COLLANA  
INFORMATICA**

**NUOVA  
EDIZIONE**

**FrancoAngeli**

# **Visione computazionale**

Tecniche di ricostruzione  
tridimensionale

**Andrea Fusiello**

Codice MATLAB©, materiale aggiuntivo ed errata corrige si trovano in rete all'indirizzo [http://www.francoangeli.it/Area\\_multimediale/Elenco\\_Libri.asp](http://www.francoangeli.it/Area_multimediale/Elenco_Libri.asp)

Progetto grafico di copertina di *Alessandro Petrini*

2a edizione. Copyright © 2013, 2018 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy

*L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore. L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito [www.francoangeli.it](http://www.francoangeli.it).*

# Indice

<b>Prefazione</b>	<b>13</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>15</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>17</b>
1.1 Il prodigio della visione . . . . .	17
1.2 Visione computazionale di basso livello . . . . .	18
<b>2 Formazione dell'immagine</b>	<b>20</b>
2.1 Introduzione . . . . .	20
2.2 Geometria della formazione dell'immagine . . . . .	20
2.3 Immagini digitali . . . . .	22
2.4 Lenti sottili . . . . .	23
2.5 Fotometria della formazione dell'immagine . . . . .	26
<b>3 Calibrazione della fotocamera</b>	<b>29</b>
3.1 Introduzione . . . . .	29
3.2 Modello stenopeico della fotocamera . . . . .	30
3.2.1 Modello semplificato . . . . .	30
3.2.2 Modello generale . . . . .	33
3.2.3 Dissezione della MPP . . . . .	37
3.2.4 Espressioni alternative per la proiezione prospettica .	39
3.3 Calibrazione della fotocamera . . . . .	40
3.3.1 Metodo DLT . . . . .	41
3.3.2 Raffinamento non lineare . . . . .	42

3.3.3	Fattorizzazione della MPP . . . . .	43
3.3.4	Distorsione radiale . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Geometria epipolare</b>	<b>50</b>
4.1	Introduzione . . . . .	50
4.2	Geometria epipolare . . . . .	51
4.3	Matrice fondamentale . . . . .	52
4.4	Calcolo della matrice fondamentale . . . . .	54
4.4.1	Algoritmo dei sette punti . . . . .	56
4.4.2	Precondizionamento . . . . .	56
4.4.3	Raffinamento non lineare . . . . .	58
<b>5</b>	<b>Omografie tra immagini</b>	<b>63</b>
5.1	Introduzione . . . . .	63
5.2	Omografia indotta da un piano . . . . .	63
5.3	Calcolo dell'omografia con DLT . . . . .	66
5.4	Parallasse planare . . . . .	68
5.5	Metodo di Sturm-Maybank-Zhang per la calibrazione . . . . .	70
5.6	Calibrazione attraverso $H_\infty$ . . . . .	73
<b>6</b>	<b>Orientamento relativo</b>	<b>76</b>
6.1	Introduzione . . . . .	76
6.2	Matrice essenziale . . . . .	77
6.2.1	Calcolo della matrice essenziale . . . . .	78
6.2.2	Fattorizzazione della matrice essenziale . . . . .	80
6.3	Metodo non lineare . . . . .	83
<b>7</b>	<b>Ricostruzione da due immagini</b>	<b>87</b>
7.1	Triangolazione . . . . .	87
7.1.1	Caso normale . . . . .	87
7.1.2	Metodo linear-eigen . . . . .	88
7.1.3	Raffinamento non lineare . . . . .	90
7.2	Ambiguità della ricostruzione . . . . .	91
7.3	Ricostruzione euclidea . . . . .	93
7.4	Orientamento assoluto . . . . .	94
7.4.1	Analisi procrustiana ortogonale . . . . .	95
7.5	Ricostruzione proiettiva . . . . .	97
7.6	Promozione euclidea da parametri interni noti . . . . .	99

<b>8</b>	<b>Orientamento esterno</b>	<b>104</b>
8.1	Introduzione . . . . .	104
8.2	Metodo lineare di Fiore . . . . .	105
8.3	Metodo non lineare . . . . .	106
8.4	Metodo diretto . . . . .	108
<b>9</b>	<b>Punti salienti</b>	<b>113</b>
9.1	Introduzione . . . . .	113
9.2	Operatore di Harris e Stephens . . . . .	114
9.2.1	Accoppiamento e tracciamento . . . . .	117
9.3	Scale Invariant Feature Transform (SIFT) . . . . .	122
9.3.1	Spazio-scala . . . . .	122
9.3.2	Filtraggio LoG . . . . .	124
9.3.3	Rivelatore . . . . .	125
9.3.4	Descrittore . . . . .	128
9.3.5	Accoppiamento . . . . .	130
<b>10</b>	<b>Campo di moto</b>	<b>133</b>
10.1	Introduzione . . . . .	133
10.2	Il campo di moto . . . . .	133
10.3	Ricostruzione dal campo di moto . . . . .	136
10.3.1	Metodi lineari . . . . .	138
10.4	Il flusso ottico . . . . .	141
10.4.1	Metodo di Lucas-Kanade . . . . .	142
<b>11</b>	<b>Stereopsi: calcolo della disparità</b>	<b>147</b>
11.1	Introduzione . . . . .	147
11.2	Accoppiamento di finestre . . . . .	150
11.2.1	Metriche di accoppiamento . . . . .	151
11.2.2	Compromesso affidabilità - accuratezza . . . . .	155
11.2.3	Indicatori di affidabilità . . . . .	158
11.2.4	Occlusioni . . . . .	159
11.3	Accoppiamento globale . . . . .	160
<b>12</b>	<b>Metodi attivi</b>	<b>165</b>
12.1	Introduzione . . . . .	165
12.2	Illuminazione strutturata . . . . .	166
12.2.1	Stereo attivo . . . . .	167
12.2.2	Triangolazione attiva . . . . .	167

12.3	Stereo fotometrico . . . . .	172
12.3.1	Dalle normali alle coordinate . . . . .	176
12.4	Sensori a tempo di volo . . . . .	177
<b>13</b>	<b>Ricostruzione proiettiva multivista e autocalibrazione</b>	<b>180</b>
13.1	Introduzione . . . . .	180
13.2	Ricostruzione proiettiva multivista . . . . .	181
13.2.1	Metodo di Sturm-Triggs . . . . .	181
13.3	Autocalibrazione . . . . .	183
13.3.1	Promozione euclidea . . . . .	185
13.3.2	Metodo di Mendonça-Cipolla . . . . .	187
13.4	Fattorizzazione di Tomasi-Kanade . . . . .	191
<b>14</b>	<b>Ricostruzione euclidea multivista</b>	<b>195</b>
14.1	Introduzione . . . . .	195
14.1.1	Tassonomia . . . . .	198
14.2	Approcci basati sui punti . . . . .	198
14.2.1	Ricostruzione incrementale . . . . .	198
14.2.2	Ricostruzione ad albero . . . . .	200
14.2.3	Compensazione per modelli indipendenti . . . . .	201
14.3	Approccio basato sui sistemi di riferimento . . . . .	202
14.3.1	Sincronizzazione delle rotazioni . . . . .	204
14.3.2	Sincronizzazione delle traslazioni . . . . .	206
14.3.3	Localizzazione da rilevamento . . . . .	208
14.4	Compensazione per stelle proiettive . . . . .	210
14.4.1	Matrice jacobiana della CSP . . . . .	213
14.4.2	Sistema ridotto . . . . .	216
<b>15</b>	<b>Registrazione 3D</b>	<b>220</b>
15.1	Introduzione . . . . .	220
15.2	Iterative Closest Point . . . . .	221
15.3	Metodi per l'allineamento di molte viste . . . . .	224
15.3.1	Analisi procrustiana generalizzata . . . . .	224
15.3.2	Metodi senza corrispondenze date . . . . .	226
<b>16</b>	<b>Ricostruzione volumetrica</b>	<b>230</b>
16.1	Introduzione . . . . .	230
16.2	Metodi in spazio-oggetto . . . . .	232
16.2.1	Ricostruzione da sagome . . . . .	233

16.2.2 Ricostruzione da fotocoerenza . . . . .	237
16.3 Stereo multivista . . . . .	240
16.4 Marching cubes . . . . .	244
<b>17 Sintesi di immagini</b>	<b>249</b>
17.1 Introduzione . . . . .	249
17.2 Trasformazioni parametriche . . . . .	250
17.2.1 Mosaici . . . . .	250
17.2.2 Stabilizzazione dell'immagine . . . . .	256
17.2.3 Fotopiano . . . . .	257
17.3 Rettificazione epipolare . . . . .	258
17.4 Trasformazioni non parametriche . . . . .	263
17.4.1 Trasferimento con la profondità . . . . .	264
17.4.2 Interpolazione con disparità . . . . .	264
17.4.3 Trasferimento epipolare . . . . .	265
17.4.4 Trasferimento con parallasse . . . . .	266
17.5 Trasformazione geometrica dell'immagine . . . . .	267
<b>A Nozioni di algebra lineare</b>	<b>275</b>
A.1 Introduzione . . . . .	275
A.2 Prodotto scalare . . . . .	275
A.3 Norma matriciale . . . . .	276
A.4 Matrice inversa . . . . .	277
A.5 Determinante . . . . .	277
A.6 Matrici ortogonali . . . . .	279
A.7 Forme lineari e quadratiche . . . . .	279
A.8 Rango . . . . .	280
A.9 Autovalori ed autovettori . . . . .	282
A.10 Decomposizione ai valori singolari . . . . .	284
A.11 Prodotto esterno . . . . .	289
A.12 Prodotto di Kronecker . . . . .	291
A.12.1 Prodotto di Khatri-Rao . . . . .	292
<b>B Altre nozioni matematiche</b>	<b>294</b>
B.1 Derivate di funzioni vettoriali e matriciali . . . . .	294
B.2 Rotazioni . . . . .	297
B.2.1 Differenziale della rotazione . . . . .	298
B.3 Minimi quadrati non lineari . . . . .	300
B.3.1 Metodo di Gauss-Newton . . . . .	301

B.3.2	Metodo di Levenberg-Marquardt . . . . .	302
B.4	Grafi . . . . .	304
<b>C</b>	<b>Nozioni di geometria proiettiva</b>	<b>306</b>
C.1	Introduzione . . . . .	306
C.2	Proiezione prospettica . . . . .	307
C.3	Coordinate omogenee . . . . .	309
C.4	Equazione della retta . . . . .	310
C.5	Trasformazioni . . . . .	311
<b>D</b>	<b>Regressione</b>	<b>314</b>
D.1	Introduzione . . . . .	314
D.2	Minimi quadrati . . . . .	315
D.3	Regressione robusta . . . . .	316
D.3.1	Campioni anomali e robustezza . . . . .	316
D.3.2	M-stimatori . . . . .	317
D.3.3	Minima Mediana dei Quadrati . . . . .	319
D.3.4	RANSAC . . . . .	322
<b>E</b>	<b>Codice Matlab</b>	<b>325</b>
	<b>Listati</b>	<b>327</b>
	<b>Acronimi</b>	<b>329</b>
	<b>Indice analitico</b>	<b>331</b>

*A mio padre*



# Prefazione

*«Di solito, ci si convince meglio con le ragioni trovate da se stessi che non con quelle venute in mente ad altri.»*

*B. Pascal*

Il testo si concentra sullo studio di teorie e tecniche computazionali per stimare le proprietà geometriche di oggetti solidi a partire dalle immagini. La scelta degli argomenti riflette una visione personale della disciplina e certamente è possibile riscontrare omissioni. La trattazione che ho privilegiato è una visita in profondità dei metodi della visione computazionale, piuttosto che una visita in ampiezza. Questo vuol dire che il testo non ha la presunzione di fornire una panoramica sui metodi esistenti; invece, ne sono stati selezionati alcuni e descritti ad un livello tale da consentirne l'implementazione. Infatti per molti di essi viene riportato il listato MATLAB (sorgenti disponibili sul web).

In questa seconda edizione quasi tutti i capitoli sono stati rimaneggiati, con l'aggiunta di nuovo materiale e lo spostamento di quello esistente. Le principali modifiche hanno riguardato:

- l'introduzione dei listati MATLAB degli algoritmi;
- la trattazione dettagliata dei metodi non-lineari, inclusa la compensazione per stelle proiettive, con i calcoli delle derivate;
- l'introduzione delle tecniche di "sincronizzazione" nel capitolo 14;
- la rimozione del capitolo 15 della prima edizione, che trattava i metodi basati su chiaroscuro, tessitura e sfocatura.

Il testo è sufficientemente modulare, il docente è libero di comporre il percorso che meglio si adatta al programma del corso, tuttavia suggerisco di includere sempre almeno i capitoli: 3, 4, 6, 7, 8, 14, che contengono un nucleo di concetti geometrici fondamentali, sia per la visione computazionale che per la fotogrammetria.

I prerequisiti principali sono le nozioni di algebra lineare che vengono richiamate in appendice A, con la maggior parte delle quali lo studente di informatica o ingegneria dell'informazione dovrebbe comunque avere già familiarità. Le nozioni matematiche riportate nelle altre appendici possono essere sviluppate durante il corso all'occorrenza.

# Ringraziamenti

Questo testo deriva dalle dispense che ho preparato per corsi istituzionali o interventi seminariali negli ultimi 20 anni. I primi capitoli nascono, in forma embrionale, nel 1997 e si sono poi evoluti ed ampliati fino alla versione attuale. Ringrazio gli studenti dell'Università di Udine e dell'Università di Verona che, lungo questi anni, hanno segnalato errori, mancanze, e parti poco chiare.

Il testo ha beneficiato inoltre delle puntuali correzioni suggerite da Federica Arrigoni, Guido Maria Cortelazzo, Fabio Crosilla, Riccardo Gherardi, Luca Magri, Francesco Malapelle, Samuele Martelli e Roberto Toldo, che ringrazio sentitamente.

I crediti per le figure sono riconosciuti nelle rispettive didascalie.



# 1. Introduzione

## 1.1. Il prodigio della visione

Se ci fermiamo a riflettere in modo distaccato sulla visione come abilità sensoriale, dobbiamo convenire con Ullman che essa è prodigiosa:

«As seeing agents, we are so used to the benefits of vision, and so unaware of how we actually use it, that it took a long time to appreciate the almost miraculous achievements of our visual system. If one tries to adopt a more objective and detached attitude, by considering the visual system as a device that records a band of electromagnetic radiation as an input, and then uses it to gain knowledge about surrounding objects that emit and reflect it, one cannot help but be struck by the richness of information this system provides.» (Ullman, 1996)

La visione artificiale nasce come branca dell'intelligenza artificiale negli anni Settanta del secolo scorso e si sviluppa successivamente come disciplina autonoma con proprie metodologie, paradigmi e problemi. Nell'approccio moderno essa non si propone di replicare la visione umana. Il tentativo sarebbe infatti probabilmente destinato al fallimento per l'intrinseca differenza tra i due *hardware*. Il paragone che viene spesso evocato è quello del volo: gli sforzi per replicare il volo animale nella storia sono tutti falliti, mentre gli aeroplani, con un approccio completamente diverso, hanno risolto il problema in modo più che soddisfacente, superando in alcuni aspetti gli uccelli stessi.

## 1.2. Visione computazionale di basso livello

La *visione computazionale* (o *visione artificiale* o *computer vision*) è la disciplina dell'informatica che si occupa dell'estrazione di informazioni dalle immagini. Le informazioni possono essere di natura numerica (per esempio coordinate spaziali) o simbolica (per esempio identità e relazioni tra oggetti). Semplificando, potremmo dire che si tratta di scoprire *cosa* è presente nella scena e *dove*. Essa ha profonde connessioni con la robotica, la *pattern recognition*, l'elaborazione delle immagini e la fotogrammetria.

Seguendo Ullman (1996) si usa distinguere tra visione di *basso livello* e di *alto livello*. La prima si occupa di estrarre determinate proprietà fisiche dell'ambiente visibile, come profondità, forma tridimensionale, contorni degli oggetti. I processi di visione di *basso livello* sono tipicamente paralleli, spazialmente uniformi e relativamente indipendenti dal problema e dalla conoscenza a priori associata a particolari oggetti.

Viceversa, la visione di *alto livello* si occupa dell'estrazione di proprietà delle forme, di relazioni spaziali, di riconoscimento e classificazione di oggetti. I processi di alto livello sono di solito applicati ad una porzione dell'immagine, dipendono dall'obiettivo della computazione e dalla conoscenza a priori associata agli oggetti.

Anche tralasciando i problemi di alto livello legati alla percezione e al riconoscimento di oggetti, il solo compito di ricostruire un modello geometrico della scena è difficile. Di questo ci occuperemo in questo libro: studieremo metodi computazionali (algoritmi) che mirano ad ottenere una rappresentazione della struttura solida (*sterèos*) del mondo tridimensionale esperito attraverso proiezioni bidimensionali di esso, le immagini.

Questo approccio al problema si può agevolmente inquadrare all'interno del *ricostruzionismo*, la teoria sviluppata da Marr alla fine degli anni Settanta:

«In the theory of visual processes, the underlying task is to reliably derive properties of the world from images of it; the business of isolating constraints that are both powerful enough to allow a process to be defined and generally true of the world is a central theme of our inquiry.»  
(Marr, 1982)

Questo, naturalmente, non è il solo paradigma possibile in visione. Aloimonos e Shulman (1989), per esempio, sostengono che la descrizione del mondo non debba essere generica, ma dipendente dall'obiettivo.

La visione computazionale (di basso livello) si può efficacemente descrivere come *l'inverso della grafica al calcolatore*, nella quale, dati:



Figura 1.1. – Relazione tra visione e grafica

- la descrizione geometrica della scena,
  - la descrizione fotometrica della scena (fonti luminose e proprietà delle superfici),
  - la descrizione completa dell'apparato di acquisizione (fotocamera),
- il calcolatore produce l'immagine "sintetica" vista dalla fotocamera.

La riduzione dimensionale operata dalla proiezione (geometria) e la molteplicità delle cause che concorrono a determinare la luminosità ed il colore rendono il problema inverso *sottovincolato* e di non banale soluzione.

Il sistema visivo umano sfrutta molteplici "indizi visivi" (*visual cues*) per risolvere il problema. Alcuni di questi indizi sono: la disparità binoculare, il moto, il chiaroscuro (o *shading*), la sfocatura, le tessiture.

## Bibliografia

- Aloimonos J.; Shulman D. (1989). *Integration of Visual Modules. An Extension to the Marr Paradigm*. Academic Press, Waltham, MA.
- Marr D. (1982). *Vision*. Freeman, San Francisco, CA.
- Ullman D. (1996). *High-level Vision*. The MIT Press, Cambridge, MA.